

反向房屋抵押貸款商品結構分析

Structural Analysis of Reverse Mortgages

李永琮 / 國立嘉義大學財務金融學系助理教授

Yung-Tsung Lee, Assistant Professor, Department of Banking and Finance, National Chiayi University

羅玉皓 / 立達國際電子股份有限公司財務部助理

Yu-Hao Lo, Financial Assistant, Gigastone Corporation

Received 2013/1, Final revision received 2014/7

摘要

本文研究目的是在分析反向房屋抵押貸款之商品結構，以幫助承作貸款金融機構了解該商品的特性，有效管理相關風險並從中獲利。在美國 HECM (Home Equity Conversion Mortgage) 架構下，我們將房屋期初價值拆解為可貸金額、租金收益、房屋剩餘價值、貸款機構所獲得保險保障（保險成本）、保費支出（收入）以及發行貸款金融機構利潤六個部分，並且分析各個項目的價值，以瞭解金融機構發行該商品的獲利能力與相關風險。不同於過去的文獻著重於反向房屋抵押貸款保險成本方面的探討，本研究提供了一個具體的分析方式，使得金融機構能夠評估發行該商品的預期利潤以及相關風險；另一方面，也使得借款人釐清辦理反向房屋抵押貸款後，自己所保有的權益價值。

【關鍵字】 反向房屋抵押貸款、選擇權評價

Abstract

This study analyzes the structure of reverse mortgages. For the purpose of achieving profits and effectively managing risks, it is important that financial institutions understand the structures of their products. In accordance with the HECM (Home Equity Conversion Mortgage) program, this study decomposes the collateralized property value into six components, including loan amount, rental income, remaining value (on loan termination), reverse mortgage insurance costs and expenses (premiums), and lender profits. This allows financial institutions to understand the profitability and risks associated with the issue of reverse mortgages. Previous studies on reverse mortgages focused on the analysis of reverse mortgage insurances. This study has instead provided a process that enables lenders to specifically evaluate profit and effectively recognize potential risks. Borrowers can also use the proposed approach to obtain detailed conversion value of their property and thus make more informed decisions regarding entry into reverse mortgages.

【Keywords】 reverse mortgage, option pricing

壹、前言

長壽風險 (Longevity Risk) 可以說是當代人身風險管理最重要的課題。隨著人們平均餘命的延長以及少子化的趨勢，養兒防老的可行性大為降低；而原本可以依賴的退休金制度，也因為經濟環境以及人口結構的改變，因而充滿不確定性。以我國為例，許多社會保險或退休金計畫，例如勞工保險以及公務人員退休撫卹制度等，已經面臨給付條件必須緊縮的壓力。而人口結構的老化，也顯示在未來，政府將無法以稅收解決國民老年生活安全保障的問題。

有鑑於此，我國政府近期規劃實施反向房屋抵押貸款 (Reverse Mortgages)，在「以房養老」的概念下，讓獨居的年長者以自己擁有的房屋換取生活津貼，以支付其老年的生活所需。不論反向房屋抵押貸款是否能夠受到年長者的青睞，只有發行貸款的金融機構能夠妥善管理相關風險，並且從中穩定獲利，反向房屋抵押貸款之業務才有永續發展的機會。

本研究的目的，在分析反向房屋抵押貸款之商品結構，以幫助承作貸款之金融機構了解該商品的特性，有效管理風險並從中獲利。反向房屋抵押貸款有幾項特性，其中無追索權條款 (Nonrecourse Clause) 是金融機構保證，在契約到期時，金融機構能夠請求的償還金額以借款人所抵押的房屋為限；也就是說，金融機構無法利用借款人的其它資產來請求償還貸款。為了鼓勵金融機構參與反向房屋抵押貸款業務，政府通常會提供反向房屋抵押貸款保險 (Reverse Mortgage Insurance)，以保障金融機構免於遭受貸款餘額大於房屋價值的風險。有關於反向房屋抵押貸款的研究，過去的文獻多集中在反向房屋抵押貸款保險方面的探討，例如關於 HECM¹ 訂價 (Chen, Cox, and Wang, 2010; Huang, Wang, and Miao, 2011; Lee, Wang, and Huang, 2012; Li, Hardy, and Tan, 2010; Szymanoski, 1994)，或者是反向房屋抵押貸款保險相關風險的討論 (Boehm and Ehrhardt, 1994; Tse, 1995)；而文獻上有關於發行該商品的獲利能力、獲利穩定性以及獲利風險來源等分析則非常少見，也沒有考慮到辦理貸款後借款人仍能保有的其它權益之價值。然而，影響金融機構參與反向房屋抵押貸款業務意願的根本原因，還是來自於經營該商品的獲利能力以及風險，因此，本研究試圖將該商品以財務工程的方法進行拆解，以了解反向房屋抵押貸款之商品結構，尤其是預期利潤以及其風險的來源，以提供金融機構了解該商品的特性。而本文的研究成果也可以使得借款人釐清辦理反向房屋抵押貸款後可以保有的權益，以及其對應的價值。

一般的房屋貸款 (Mortgage) 是借款者向金融機構借出一筆金額，並且在約定的期

1 Home Equity Conversion Mortgage (HECM)：全名是房屋淨值轉換貸款，反向房屋抵押貸款在美國由聯邦住宅局 (Federal Housing Administration; FHA) 來擔任政府的擔保，並且推行房屋淨值轉換貸款計畫，是歷史悠久並且較流行的產品之一。

間內償還本金與利息，在按時還款之下，隨著到期日的接近，借款人所擁有的房屋價值也跟著增加。而反向房屋抵押貸款是借款人將房屋抵押給金融機構，並借出一筆金額，但是借款人仍保有房屋的所有權與使用權；借款人在借款期間不需要償還本金與利息，直到其死亡、搬遷或是入住到長期養護機構，才需要償還貸款；此時，抵押的房屋將進行出售，以支付貸款所累積的本金與利息，而償還貸款後若仍有餘額則屬於借款人的遺產。但若在契約到期時房屋的價值小於貸款餘額，則因為無追索權條款的設計，將使得貸款者遭受損失。在美國，若金融機構參加 HECM 計畫，則在房屋價值小於貸款餘額時，可以向聯邦住宅局提出保險請求權 (Insurance Claim)，來彌補這項損失。本研究將在美國 HECM 計畫的架構下分析反向房屋抵押貸款商品結構²。

對於借款人而言，辦理反向房屋抵押貸款，因為無追索權條款的存在，可以視為以其所擁有的房屋，向銀行換取一筆養老給付（可貸金額）；除此之外，借款人還保有契約終止前的租金收益以及房屋剩餘價值（指在契約終止時房屋價值大於貸款餘額的部分）。換句話說，整體金融機構的利潤等於抵押房屋期初價值，減去可貸金額、租金收益以及房屋剩餘價值。另一方面，對於提供貸款的金融機構而言，可以將抵押的房屋視為經營此項業務的收入，這項收入將轉變為金融機構的各項支出，包括：(1) 一筆養老給付（可貸金額）、(2) 貸款契約終止前的租金收益、(3) 房屋剩餘價值、(4) 支付反向房屋抵押貸款保險的保費³（即提供保險機構的保費收入）、(5) 金融機構的預期利潤；而由於繳交了保費，因此提供貸款金融機構還可以獲得保險保障的好處（即享受反向房屋抵押貸款保險的保險成本）。對於提供反向房屋抵押貸款的金融機構而言，能夠將該商品拆解，以了解上述各個項目的比重與金額，是能夠有效管理該商品的基本要求。

本研究試圖提供上述項目之拆解方式，並且提供數值結果，以瞭解上述項目間的變化關係，並針對重要的變數假設進行敏感度分析，以了解金融機構的利潤來源與風險。我們首先參考過去的文獻（王儷玲、王正偉與劉文彬，2011；Szymanoski, 1994; Lee et al., 2012），在反向房屋抵押貸款保費收入等於預期損失的條件下，決定可貸金額的上限⁴，亦即本金限制因子 (Principal Limit Factor)；其次，本研究說明可貸金額以及金融機構利潤的關係，以供金融機構參考並可做為決定最終可貸金額的依據。之後，

2 我國反向房屋抵押貸款已於 2013 年上路。然而，目前我國反向房屋抵押貸款商品設計與本文所探討之商品架構（美國 HECM 計畫）不同。在我國目前的規劃下，只有按月領取年金之設計，並只限定無法定繼承人的老年人申請貸款；而在借款人死亡時，若房屋的價值大於貸款餘額，因為借款人無法定繼承人，餘額歸屬於國庫。

3 以此保險費向政府或其它金融機構取得反向房屋抵押貸款保險的保障。

4 HECM 章程規定可貸金額不能超過聯邦住宅局在房產所在地區的貸款限制，本文稱其為最大可貸金額（成數）。

我們在固定的可貸金額之下，觀察重要變數對各個項目數值的影響，尤其是金融機構以及承保機構的利潤，以瞭解參與反向房屋抵押貸款業務的風險。此外，我國自今年五月起開始試辦反向房屋抵押貸款，因此，除了一次給付型的貸款外，我們也分析年金給付型貸款，並應用本研究之模型分析我國商品之結構。

任何的金融商品，只有在利潤的風險能夠被有效的量化與衡量，才能夠被積極的銷售並產生獲利。本文的主要貢獻是我們站在金融機構的角度，分析反向房屋抵押貸款商品之獲利能力與風險來源，並提供金融機構決定最適可貸金額的方法。本文後續章節架構如下：我們首先進行文獻探討；第三部分則是模型假設以及研究方法的介紹，包括如何對反向房屋抵押貸款商品進行拆解；第四部分為數值結果；第五部分則提供本研究的結論與建議。

貳、文獻探討

在 HECM 訂價部分，Szymanoski (1994) 解釋 HECM 計畫的訂價模型，並在 HECM 模型下，分析反向房屋抵押貸款保險的風險；Szymanoski 假設房屋價值為幾何布朗運動 (Geometric Brownian Motion)，並在承擔保險機構的預期損失現值小於或等於預期保費收入下，計算借款人的一次可貸金額。許多研究依據 Szymanoski (1994) 所提出的架構，探討 HECM 計畫下提供反向房屋抵押貸款保險的風險 (e.g., 黃泓智、吳文傑、林左裕與鄭雅丰, 2008; Chen et al., 2010; Lee et al., 2012; Li et al., 2010)。Chen et al. (2010) 研究 HECM 計畫是否可以維持運作，亦即，HECM 計畫下的保費收入是否會大於理賠支出。Li et al. (2010) 則探討反向房屋抵押貸款保險⁵的定價與風險。Chen et al. (2010) 與 Li et al. (2010) 均探討一次給付型的貸款，而 Lee et al. (2012) 則在承擔保險機構的預期損失等於保費收入下，計算年金給付型反向房屋抵押貸款的年度可貸金額。黃泓智等 (2008) 探討影響反向房屋抵押貸款商品之風險；研究結果顯示借款者的性別與年齡、貸款利率、房價報酬率與標準差、以及可貸金額等變數對於提供貸款的金融機構均有顯著的影響。

反向房屋抵押貸款的目的在於提供年長者一個取得資金的來源，以改善其經濟安全，因此，許多研究著重於反向房屋抵押貸款對於提高年長者生活水準的實質助益 (e.g., 王儷玲等, 2011; Mitchell and Piggott, 2004; Hancock, 1998a, 1998b; Stucki, 2006)，或比較不同型態商品的資金成本 (e.g., 李秉芳、楊屯山與林哲群, 2011)。Hancock (1998a, 1998b) 以英國為例，指出只有借款人年紀夠大，或者房屋期初價值夠高，反向房屋抵押貸款才能有效的提供借款人足夠的所得挹注，而貧窮老人所擁有的

5 Li et al. (2010) 稱之為 NNEG (No-Negative-Equity Guarantee)。

房屋往往是價值不高的。Mitchell and Piggott (2004) 則指出，儘管在房價下跌的情況下，日本的年長者平均而言還是擁有比較高的房屋淨值，因此可以利用反向房屋抵押貸款協助年長者取得所得挹注，以減少政府公共退休金責任，並減輕長期照護需求。Stucki (2006) 則指出反向房屋抵押貸款能對長期照護的安排有更妥善的利用，並滿足高齡者長期照護的需求。王儷玲等 (2011) 則是以 Szymanoski (1994) 的模型為基礎，計算台灣年長者的屋主申請反向房屋抵押貸款之可貸金額，並且利用所得替代率來推估反向房屋抵押貸款對於台灣老年人提升退休後生活水準的可能助益。李秉芳等 (2011) 比較固定利率以及指數型（浮動）利率對於月給付金額以及總貸款成本的影響；其研究結果發現，除了 95 歲女性外，對於同樣條件的借款人而言，指數型反向房屋抵押貸款每月付款額度均較固定利率貸款高，且總貸款成本（率）均較固定利率貸款低。

此外，林左裕與楊博翔 (2011) 針對台灣 30 歲至 60 歲、擁有不動產家戶進行問卷調查，了解受訪者是否有意願申請反向房屋抵押貸款，並且採用羅吉斯迴歸 (Logistic Regression) 分析影響申請意願之顯著因子。結果顯示，有三分之一受訪者願意嘗試申請，貸款方式以年金給付型較受歡迎，目的是希望提高老年生活品質。

綜合以上文獻我們可以發現，在既有的文獻方面，研究多著重於可貸金額的決定、站在提供反向房屋抵押貸款保險機構之角度上，探討反向房屋抵押貸款保險的風險；或著重於借款人可取得貸款金額的多寡，瞭解其經濟改善情況或效益。文獻上，尚未有研究以發行貸款金融機構之角度分析該商品的可行性，包括商品獲利能力與相關風險；在以借款人的角度分析反向房屋抵押貸款商品時，也缺乏對借款人保有的租金收益以及房屋剩餘價值作考慮。本研究提出反向房屋抵押貸款契約的具體拆解方式，以彌補過去文獻在這一方面的不足，並提供未來的研究一個更完整的模型建構方式。

參、模型與研究方法

反向房屋抵押貸款常見的貸款給付方式有下列五種⁶：(1) 信用額度型 (Line of Credit)；(2) 一次給付型 (Lump Sum)；(3) 終身型 (Tenure)；(4) 期限型 (Term)；(5) 混合型 (Combination of Line of Credit and Annuity)。本文以一次給付的反向房屋抵押貸款為例，分析發行貸款金融機構之預期利潤以及面臨的可能風險。在房屋價格動態的假

6 在目前的 HECM 計畫下，借款人若選擇機動利率，除了一次給付型外，可以選擇不同的貸款給付方式（在機動利率下，一次給付型是信用額度型的一種），而若借款人選擇固定利率，則僅可以選擇一次給付。在 1990 年代，約有 71% 貸款人選擇機動利率的商品；然而，自 2009 年開始，固定利率的一次給付型開始受到借款人的青睞，在美國的 2010 財政年度（2009 年 10 月至 2010 年 9 月），約有 69% 的貸款屬於固定利率，因此，本文所考慮的模型：固定利率之一次給付型，是目前最多借款人選擇的反向房屋抵押貸款商品型式。相關資訊請參考 CFPB (2012)。

設方面，我們假設房屋價格服從幾何布朗運動⁷，與 Szymanoski (1994)、Huang et al. (2011)、黃泓智等 (2008)、王儷玲等 (2011) 以及李秉芳等 (2011) 的假設一致。在利率假設方面，本研究假設無風險利率為固定的常數，則與 Szymanoski (1994)、Chen et al. (2010) 以及 Li et al. (2010) 等的假設相同。此外，參考大多數的文獻 (e.g., 黃泓智等, 2008; 王儷玲等, 2011; Chen et al., 2010; Li et al., 2010; Lee et al., 2012)，我們假設借款人的死亡是契約終止的唯一原因，且死亡率與房屋價格動態獨立。

我們假設存在其他機構 (例如政府或保險公司) 提供反向房屋抵押貸款保險，因此，發行貸款金融機構可以透過此保險來規避無追索權條款所帶來的風險。以下，我們依序介紹本研究之反向房屋抵押貸款商品設計、房屋價格模型、死亡率模型，最後則提供反向房屋抵押貸款商品之結構分析。

一、反向房屋抵押貸款商品設計

本研究假設借款人所領取的一次給付金額為 $BAL(0)$ ，房屋的期初價值為 $H(0)$ ，貸款利率等於無風險利率 (r) 加上一個利差 (π_r)。借款人除了支付貸款金額的利息外，還必需支付反向房屋抵押貸款保險的保費；其中保費包含了開辦時的一次性的費用，為房屋期初價值的 $100\pi_0\%$ ，以及續年度每期必需繳交的保費，費用為貸款餘額的 $100\pi_m\%$ 。借款人在契約有效期間不必支付任何利息與費用，而是將每期的保費連同當期貸款餘額⁸ ($BAL(t)$) 一併累計，至契約到期才結算。假設借款者會在每一年的年底死亡，在第 t 年年底的貸款餘額等於第 $t-1$ 年年底的貸款餘額加上該年度保費，並加上應計利息：

$$BAL(1) = [\pi_0 H(0) + BAL(0)] e^{(r+\pi_r)} \quad (1)$$

$$BAL(t) = BAL(t-1)(1 + \pi_m) e^{(r+\pi_r)}, t = 2, 3, \dots \quad (2)$$

簡化以上兩個公式，可將每期期初的貸款餘額以下式表示：

$$BAL(t) = [\pi_0 H(0) + BAL(0)] (1 + \pi_m)^{t-1} B(t) e^{\pi_r t}, t = 1, 2, \dots \quad (3)$$

其中， $B(t)$ 是時間 t 的貨幣市場帳戶 (Money Market Account)，其定義為：

$$B(t) = e^{rt} \quad (4)$$

7 我們採用幾何布朗運動做為模型設定，以清楚各選擇權項目價值之意涵。

8 即未清償餘額。

二、房屋價格動態模型

本研究假設房屋報酬率服從幾何布朗運動，在 P 測度 (Physical Measure) 下，房屋價格 $H(t)$ 變動過程可以以下式描述：

$$\frac{dH(t)}{H(t)} = (\mu_H - \delta) dt + \sigma_H \cdot dW^P(t) \quad (5)$$

其中， μ_H 是房屋價格的報酬率、 δ 是房屋租金率 (Rental Rate 或 Maintenance Yield)， σ_H 是房屋價格的波動度， $W^P(t)$ 在 P 測度下服從標準布朗運動。而在風險中立測度 Q (Risk-neutral Measure) 下，房屋價格 ($H(t)$) 的變動過程則為：

$$\frac{dH(t)}{H(t)} = (r - \delta) dt + \sigma_H \cdot dW^Q(t) \quad (6)$$

其中 $W^Q(t)$ 在風險中立下服從標準布朗運動。我們參考 Chen et al. (2010) 以及 Li et al. (2010) 的假設，考慮了房屋租金率 (δ)，以捕捉房屋資產可以帶來的租金收益。

三、死亡率模型

本研究使用 Lee-Carter 模型 (Lee and Carter, 1992) 考慮借款人的死亡率，Lee-Carter 假設在時間 t 之下， x 歲的人之中央死亡率 $m_{x,t}$ 可以以下式表示：

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x k_t + e_{x,t} \quad (7)$$

其中， $m_{x,t}$ 表示 x 歲年齡組人口在 t 時的中央死亡率， α_x 表示 x 歲年齡組人口對數死亡率的平均數， β_x 表示 x 歲年齡組人口相對死亡率的變化速度， k_t 表示在 t 時的死亡率強度， $e_{x,t}$ 則表示隨機誤差項。因為第 (7) 式有無窮多組解，Lee and Carter (1992) 進一步給定以下的限制式，使得模型只有一組最適解：

$$\sum_t k_t = 0 \quad \text{以及} \quad \sum_x \beta_x = 1$$

採用 Lee and Carter (1992) 之建議，本文假設 k_t 服從：

$$k_t = k_{t-1} + z + \varepsilon_t \quad (8)$$

其中 z 為漂移項， ε_t 是期望值為 0 且變異數為 σ^2 的隨機誤差項。研究假設 x 歲之借款人在評價日時 ($t = 0$) 存活到年齡 $x+n$ 的機率 (${}_n p_x$) 如下：

$${}_n p_x = \exp\left(-\sum_{j=0}^{n-1} m_{x+j, j}\right) = \exp\left(-\sum_{j=0}^{n-1} \exp(\alpha_{x+j} + \beta_{x+j} k_j)\right) \quad (9)$$

四、反向房屋抵押貸款商品結構分析

我們將反向房屋抵押貸款商品契約涵蓋的價值進行拆解：包括可貸金額、租金收益、房屋剩餘價值、提供貸款機構的保費支出（收入）、預期利潤以及貸款機構所獲得的保險保障（成本）。對於提供貸款金融機構而言，抵押房屋期初價值加上保險保障（成本），減去可貸金額、租金收益、房屋剩餘價值以及保費支出，即為其可以獲得的預期利潤。另一方面，不管可貸金額由發行貸款金融機構或是提供保險機構決定，提供反向房屋抵押貸款保險之機構必定要求其收取的保險費必須大於其所面臨的預期損失，而其預期利潤即等於保費收入（提供貸款機構之保費支出）減去保險成本；在進行敏感度分析時，我們也考慮了提供保險機構之預期利潤，以確保敏感度分析提供了合理的情境。以下我們將依序介紹租金收益、房屋剩餘價值、保費支出（收入）以及保險成本的計算方式。

（一）租金收益

在 Black and Scholes (1973) 的選擇權評價模型中，並沒有考慮標的股票支付現金股息。Merton (1973) 則延伸了 Black and Scholes (1973) 的評價模型，假設標的股票在選擇權的有效期間內連續支付（現金）股利。在房屋報酬率服從幾何布朗運動且連續提供租金收益的假設下（公式 (5) 或 (6)），房屋租金與房屋價格的關係就如同股利與股價的關係，因此，在風險中立測度 Q 下，我們可以將房屋價格 ($H(t)$) 表示如下：

$$H(t) = H(0) e^{\left(r - \delta - \frac{1}{2}\sigma_H^2\right)t + \sigma_H W^Q(t)} \quad (10)$$

而在評價日的房屋價格可寫成：

$$H(0) = H(0) e^{-\delta t} + H(0) (1 - e^{-\delta t}) \quad (11)$$

依據 Merton (1973), $H(0)(1-e^{-\delta t})$ 即為持有房屋到時間 t 為止的房屋租金現值。假設借款人可能死亡的時間為各年度年底, 且房屋可以立刻變現⁹, 若借款人在契約開始後的第 t 年度死亡, 則借款人可以獲得的租金收益現值為 $H(0)(1-e^{-\delta t})$; 借款人可以獲得的租金收益現值可寫成:

$$V_R(0) = \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_{t-1}p_x \cdot q_{x+t-1} H(0)(1-e^{-\delta t}) \quad (12)$$

其中 ${}_{t-1}p_x$ 是 x 歲借款人存活 $t-1$ 年的機率, q_{x+t-1} 是借款人存活到 $x+t-1$ 歲時在未來一年死亡的機率, 亦即, ${}_{t-1}p_x \cdot q_{x+t-1}$ 是 x 歲借款人在第 t 年度死亡的機率; ω 則為借款人可以存活的最高年齡。由公式 (12) 我們可以發現, 租金收益現值只與借款人的死亡率 (契約終止率)、房屋期初價值以及租金率三個變數有關。

(二) 房屋剩餘價值

若借款人在契約的第 t 年度死亡, 則契約到期時借款人可以獲得的房屋剩餘價值為 $[H(t)-BAL(t)]^+$ 。因此, 借款人相當於購買了一個以房屋價值 $H(t)$ 為資產標的, 以貸款餘額 $BAL(t)$ 為履約價格的買權。令 x 為借款者在契約開辦時的年齡, 在死亡率與房屋價格動態獨立的假設下, 我們可以將契約終止時房屋剩餘價值之現值 ($V_B(0)$) 寫成下式:

$$\begin{aligned} V_B(0) &= \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_{t-1}p_x \cdot q_{x+t-1} e^{-rt} E_Q [H(t) - BAL(t)]^+ \\ &= \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_{t-1}p_x \cdot q_{x+t-1} (H(0)e^{-\delta t} \Phi(d_1(t)) - BAL(0)\pi(t)e^{\pi t} \Phi(d_2(t))) \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $d_1(t) = \frac{\log\left(\frac{H(0)}{BAL(0)\pi(j)}\right) + \left(-(\delta + \pi_r) + \frac{1}{2}\sigma_H^2\right)t}{\sqrt{\sigma_H^2 t}}$, $d_2(t) = d_1(t) - \sigma_H \sqrt{t}$,

且 $\pi(j+1) = \left(1 + \pi_0 \frac{H(0)}{BAL(0)}\right) (1 + \pi_m)^j$ for $j = 0, 1, 2, \dots$; 而 Φ 是標準常態分配之累積機率分配函數 (推導請參考附錄 I)。

9 本文假設契約在各年度年底終止, 且終止時可以立即處理資產, 實際狀況可能並非如此順利; Li et al. (2010) 則假設契約在各年度年中終止, 並考慮抵押品處置時間。然而, 當考慮抵押品處置時間為半年時, 本文假設與 Li et al. (2010) 則為相同的模型; 亦即, 本研究模型亦可視同「假設借款人可能死亡時間在各年度年中, 且抵押品處置時間為半年」之模型。

(三) 保費支出 (收入)

我們假設提供貸款機構必須按時繳交保險費給發行保險之金融機構，即於期初繳交一次性的費用 $(\pi_0 H(0))$ ，並於續年度繳交貸款餘額的 $100\pi_m\%$ ，因此，保費支出 (提供保險機構保費收入) 現值 $(V_p(0))$ 如下式：

$$\begin{aligned} V_p(0) &= \pi_0 H(0) + \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_t p_x e^{-rt} E_Q [BAL(t) \pi_m] \\ &= \pi_0 H(0) + \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_t p_x e^{\pi_m t} (1 + \pi_m)^{t-1} \pi_m [\pi_0 H(0) + BAL(0)] \end{aligned} \quad (14)$$

從上式可以得知，保費收入和契約終止率、貸款利差、首期保費率 (π_0) 、續期保費率 (π_m) 以及房屋期初價值有關，和租金率以及房屋價格波動度無關。

(四) 反向房屋抵押貸款保險成本 (即提供貸款機構所獲得的保險保障)

若借款人在契約的第 t 年度死亡，發行保險的金融機構將承擔 $[BAL(t) - H(t)]^+$ 的損失，也就是說，提供貸款機構相當於購買了一個以房屋價值為資產標的，以貸款餘額為履約價格的賣權。由公式 (13) 以及買賣權平價關係可知，發行反向房屋抵押貸款保險未來可能損失的現值 $(V_l(0))$ 為：

$$\begin{aligned} V_l(0) &= \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_{t-1} p_x \cdot q_{x+t-1} e^{-rt} E_Q [BAL(t) - H(t)]^+ \\ &= \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_{t-1} p_x \cdot q_{x+t-1} (BAL(0) \pi(t) e^{\pi_m t} \Phi(-d_2(t)) - H(0) e^{-\delta t} \Phi(-d_1(t))) \end{aligned} \quad (15)$$

肆、數值結果與分析

在本節，我們假設借款人的房屋期初價值 100 萬元¹⁰，房價波動度 (σ_H) 是 10.42%¹¹，租金率 (δ) 2%¹²，借款利率與無風險利率之利差 (π_r) 為 1.5%¹³，首期保費

10 不同房屋價值之數值結果可以將該房屋價值除以 100 萬元後，等比例換算而得。

11 我們以聯邦住宅金融委員會 (Federal Housing Finance Board) 之中古獨立房產 (previously occupied single-family home) 每月國家平均價格指數進行房價波動度參數配適，資料觀測期間為 1991~2010 年，搜尋日期：2011 年 12 月 1 日。聯邦住宅金融委員會現已由聯邦住宅金融局 (Federal Housing Finance Agency) 接管其業務。

12 同 Chen et al. (2010)、Lee et al. (2012) 與 Li et al. (2010) 的假設。

13 同 Chen et al. (2010) 的假設。

率 (π_0) 和續期保費率 (π_m) 則是參考 HECM 的假設¹⁴，分別為 2% 和 1.25%；參數假設詳如表 1。在死亡率假設方面，我們採用美國男性死亡率資料（1970 年至 2005 年）以配適 Lee-Carter 模型的參數¹⁵；對於各年齡之男性，我們先用 x 歲至 95 歲之死亡率資料進行參數配適，之後將對數死亡率對年齡作一般線性回歸，進而估計 96 歲至 109 歲的死亡率，並假設借款人可以存活的最大年齡 ω 為 110 歲。

本節第一部分（一、最大可貸金額）首先在承保機構的保費收入等於保險成本下，決定最大可貸金額（成數），並計算在最大可貸金額下發行貸款金融機構利潤、租金收益以及房屋剩餘價值。我們提供各年齡的最大可貸金額，並以 70 歲的借款人為例，進行相關重要參數的敏感度分析，以瞭解當參數假設變化時，最大可貸金額以及其它各個項目價值的變化。此外，預期利潤是金融機構參與任何一項業務的主要考慮因素，因此，我們進一步討論可貸金額以及金融機構利潤的關係。在本節的第二部分（二、敏感度分析），我們在固定的可貸金額之下，觀察重要變數對各個項目數值的影響，尤其是金融機構以及承保機構的利潤，以瞭解參與反向房屋抵押貸款業務的風險。

表 1 參數假設

參數	$H(0)$	δ	π_r	π_0	π_m	π_H
假設	1,000,000	2%	1.5%	2%	1.25%	10.42%

一、最大可貸金額

在承保機構的保費收入等於保險成本下，表 2 提供各年齡¹⁶ 借款人的最大可貸金額，由表 2 我們可以發現，最大可貸金額會隨著借款人年齡增加而增加，而隨著借款人年紀越大，存活期間越短，因此租金收益現值隨著借款人年齡增加而下降。在借款人年齡為 70 歲時，若其借出最大可貸金額 41 萬 4,290 元，則其還保有 25 萬 2,204 元的預期租金收益以及 20 萬 3,591 元的房屋剩餘價值；因此，借款人實際上是以 100 萬的房屋換得 87 萬零 85 元¹⁷ 的金融理財服務，而剩下的 129,915 元即為發行貸款金融機構利潤¹⁸。另一方面，發行貸款金融機構繳交了 12 萬 765 元的保險費以換取同等價值的保險保障，而承保機構損益兩平，保費收入等於保險成本為 12 萬 765 元。

14 2010 年年底，HECM 將續期保費率由原先的 0.5% 調高為 1.25%，首期保費率則維持不變。請參考 CFPB (2012)。

15 資料來源：Human Mortality Database (2011)。

16 HECM 計畫要求借款人之年齡至少要 62 歲，因此我們僅考慮年滿 62 歲以上之借款人。

17 $870,085 = 414,290 + 252,204 + 203,591$ 。

18 提供貸款機構之利潤 = 房屋價值 + 貸款機構所獲得保險保障（保險成本） - （期初可貸金額 + 預期租金收益 + 房屋剩餘價值 + 保費支出）。

表 2 保費收入等於保險成本下，各年齡之最大可貸金額

年齡	可貸金額	租金收益	房屋剩餘價值	保費支出	金融機構利潤
62	307,357	336,570	201,947	141,865	154,126
63	319,613	326,085	202,661	139,683	151,641
64	332,299	315,436	203,310	137,332	148,955
65	345,237	304,852	203,771	134,872	146,140
66	358,512	294,206	204,131	132,266	143,151
67	372,102	283,573	204,309	129,538	140,017
68	385,805	273,095	204,319	126,725	136,781
69	399,916	262,625	204,046	123,800	133,413
70	414,290	252,204	203,591	120,765	129,915
71	428,515	242,046	203,085	117,680	126,354
72	443,091	232,020	202,162	114,537	122,726
73	457,646	222,171	201,160	111,332	119,023
74	472,339	212,556	199,809	108,106	115,296
75	487,218	202,917	198,444	104,756	111,420
76	502,094	193,456	196,957	101,364	107,493
77	517,182	184,131	195,174	97,927	103,514
78	532,059	175,238	193,084	94,563	99,620
79	547,094	166,533	190,659	91,186	95,713
80	561,994	158,098	188,080	87,829	91,829

我們以 70 歲的借款人為例，分析當參數假設變化時，最大可貸金額以及其它各個項目價值的變化（請見表 3）。在租金率的變化方面，租金收益的現值隨著租金率的上升而增加；而隨著租金率的上升，造成房屋價格的成長率 ($r-\delta$) 下降¹⁹，因此使得可貸金額減少。在貸款利差方面，隨著貸款利差的上升，最大可貸金額下降；房屋剩餘價值會受到貸款利差以及可貸金額的同時影響，貸款利差越大、可貸金額越大，房屋剩餘價值越小，整體而言，可貸金額的影響大於貸款利差的影響，因此房屋剩餘價值隨著可貸金額的減少而增加；保費支出（保險成本）也會受到貸款利差以及可貸金額的同時影響。另外，當貸款利差等於 0 時，表示提供貸款金融機構沒有預設利潤，因此利潤為 0。

在首期保費率的變化方面，增加首期保費率可以增加保費收入，並使得最大可貸金額增加，各期貸款餘額將因而增加，使得房屋剩餘價值下降；在相同可貸金額之下，首期保費率的增加對於各期貸款餘額的影響是線性的，不影響各期貸款餘額的成長

19 請參考公式 (6)。

率。而在續期保費率方面，增加續期保費率雖然也可以增加保費收入，但其對於各期貸款餘額的影響是指數性的，造成房屋剩餘價值以及保費支出（保險成本）大幅度的變化；因此，由表 3 我們可以發現，相對於首期保費率，續期保費率的變化對於金融機構利潤的影響較大。

在房價波動度的變化方面，隨著房價波動度的增加，最大可貸金額越小，而保費支出（保險成本）隨著最大可貸金額的減少而減少；房屋剩餘價值相當於以房屋價值為資產標的、以貸款餘額為履約價格的買權，因此其價值隨著房價波動度的增加以及可貸金額的減少而增加。

在契約終止率方面，我們將 Lee-Carter 模型配適的死亡率放大與縮小，以分別考慮提早回款行為或死亡率進一步下降對於數值結果的影響。由表 3 我們可以發現，死亡率的提高（或借款人的提早回款行為）使得契約有效期間縮短，租金收益因此減少，同時，契約期間縮短也使得房屋價值小於貸款餘額的風險下降，因此最大可貸金額增加；相反的，死亡率的進一步下降則使得租金收益增加以及最大可貸金額下降。我們進一步比較不同死亡率經驗可能的影響，我們以我國男性相同期間的死亡率資料進行參數配適，由表 3 我們可以發現，依據我國死亡率經驗的結果，最大可貸金額（42 萬 8,033 元）高於美國的經驗（41 萬 4,290 元），這是因為我國 70 歲男性的平均餘命低於美國 70 歲男性。

表 3 提供了在保費支出等於保險成本下，最大可貸金額的變化，金融機構的利潤是房屋期初價值減去可貸金額、租金收益以及房屋剩餘價值之後的餘額，隨著參數假設的改變，各個項目的變化或增或減，我們很難預估參數假設改變對於金融機構利潤的影響。然而，實務上，HECM 章程規定貸款金額不能超過聯邦住宅局在房產所在地區的貸款限制（即最大可貸金額），但沒有規定其下限，因此，發行貸款的金融機構可以在貸款上限內，決定借款人的可貸金額。圖 1 以一 70 歲之男性借款人為例，說明可貸金額與提供貸款機構利潤（率）以及承保機構利潤（率）的關係；其中，貸款機構利潤率等於發行貸款機構利潤除以房屋期初價值，而承保機構利潤率等於保費收入減去保險成本，再除以房屋期初價值；貸款機構利潤率以及承保機構利潤率相加即為整體利潤率。由表 2 與圖 1 我們可以發現，在可貸金額小於 41 萬 4,290 元的情況下，承保機構的利潤均大於零，因此，其允許發行貸款金融機構在最大可貸金額下，決定借款人的可貸金額；提供貸款機構在 HECM 的機制下在賺取利差，由於承保機構提供了反向房屋抵押貸款保險，因此可貸金額越高，利潤率越高。

表 3 最大可貸金額之敏感度分析

租金率	可貸金額	租金收益	房屋剩餘價值	保費支出	金融機構利潤
1.0%	503,967	137,883	201,409	141,572	156,741
1.5%	457,077	197,685	202,524	130,692	142,715
2.0%	414,290	252,204	203,591	120,765	129,915
2.5%	375,357	301,969	204,406	111,732	118,269
3.0%	340,018	347,448	204,837	103,532	107,697
貸款利差					
0%	610,796	252,204	136,999	144,747	0
0.5%	539,570	252,204	158,089	136,577	50,137
1.0%	474,020	252,204	180,444	128,550	93,331
1.5%	414,290	252,204	203,591	120,765	129,915
2.0%	360,325	252,204	227,130	113,294	160,341
2.5%	311,934	252,204	250,725	106,190	185,137
首期保費率					
0.5%	398,848	252,204	228,139	98,702	120,809
1.0%	404,480	252,204	219,326	106,169	123,989
1.5%	409,603	252,204	211,176	113,517	127,017
2.0%	414,290	252,204	203,591	120,765	129,915
2.5%	418,599	252,204	196,497	127,925	132,700
3.0%	422,577	252,204	189,833	135,008	135,386
續期保費率					
0.50%	365,147	252,204	275,897	53,226	106,752
0.75%	385,566	252,204	246,952	73,763	115,278
1.00%	401,608	252,204	223,264	96,356	122,924
1.25%	414,290	252,204	203,591	120,765	129,915
1.50%	424,325	252,204	187,062	146,822	136,409
1.75%	432,228	252,204	173,049	174,413	142,519
2.00%	438,385	252,204	161,081	203,458	148,330
房價波動度					
2.5%	489,422	252,204	105,983	138,197	152,390
5.0%	475,803	252,204	123,676	135,037	148,316
7.5%	452,058	252,204	154,524	129,528	141,213
10.0%	420,209	252,204	195,901	122,138	131,686
12.5%	383,384	252,204	243,741	113,594	120,670
死亡率假設					
L-C (1.4 倍)	462,557	217,707	202,591	109,736	117,145
L-C (1.2 倍)	440,125	233,347	203,417	114,887	123,110
Lee-Carter	414,290	252,204	203,591	120,765	129,915

租金率	可貸金額	租金收益	房屋剩餘價值	保費支出	金融機構利潤
L-C (0.9 倍)	399,727	263,244	203,325	124,042	133,704
L-C (0.8 倍)	383,819	275,665	202,706	127,603	137,810
我國死亡率	428,033	245,919	197,801	119,232	128,246

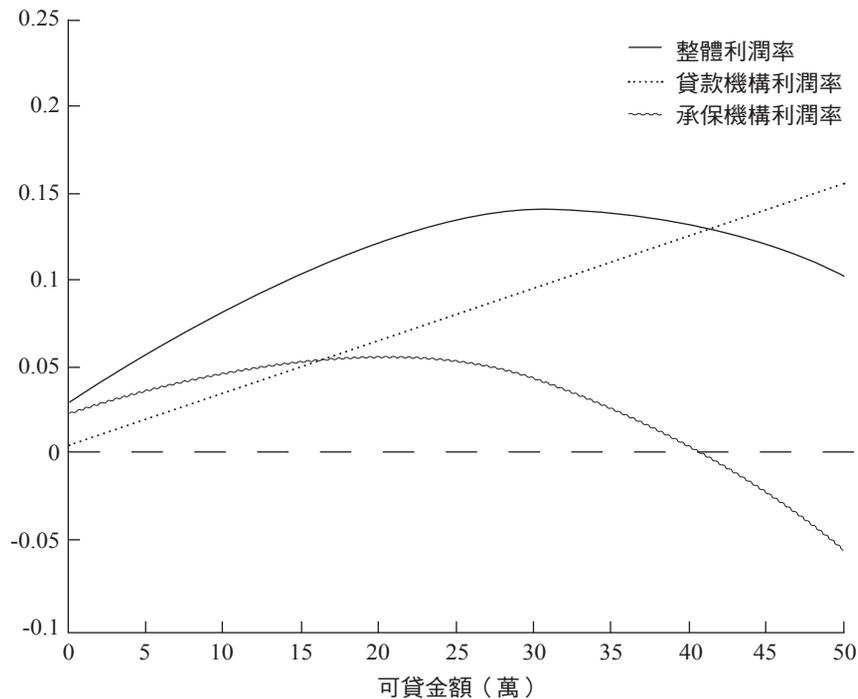


圖 1 可貸金額與利潤率之關係

二、敏感度分析

在決定了最終可貸金額之後，發行貸款的金融機構還需要評估因為參數不確定性或參數估計錯誤所產生的風險。在本節，我們以一個 70 歲的男性借款人為例，並在最終可貸金額等於最大可貸金額的條件下，分析租金率、房價波動度以及死亡率假設對於各個項目的影響（見表 4），以瞭解參與反向房屋抵押貸款業務的風險。因為貸款利差、首期保費率以及續期保費率在契約開始之後即不再改變，因此本節不考慮這些參數變化所帶來的影響。

在固定的可貸金額下，租金收益的現值隨著租金率的上升而增加；而隨著租金率的上升，造成房屋價格的成長率 ($r-\delta$) 下降，因此使得房屋剩餘價值減少，而提供貸款機構保費支出以及預期利潤則不受租金率變化的影響。此外，對於提供保險之金融

機構而言，租金率的變化雖然不影響保費收入，然而其上升卻造成房屋價格的成長率下降，因此損失發生的機會增加，保險成本也因此增加。

在房價波動度的影響方面，由表 4 我們可以發現，借款人的租金收益現值、提供貸款機構的保費支出以及預期利潤不受到房價波動度假設的影響；而房屋剩餘價值以及保險成本因為分別相當於以房屋價值為資產標的的買權以及賣權，因此其價值均隨著房價波動度的增加而增加。此外，對於提供保險之金融機構而言，在保險成本增加而保費收入不變下，其利潤隨房價波動度的上升而減少。

在死亡率的變化方面，死亡率的減少使得契約有效期間增加，造成借款人租金收益和金融機構保費支出增加，房屋剩餘價值則因此減少。對於發行貸款金融機構而言，隨著契約有效期間的增加，因而可以賺取更多利差，因此預期利潤增加。此外，對於提供保險之機構而言，當死亡率下降時，契約存續期間增加，造成保費收入以及保險成本同時增加，但是保險成本增加的速度大於保費收入增加的速度，也使其利潤會因死亡率的下降而減少。

表 4 給定可貸金額之敏感度分析

租金率	租金收益	房屋剩餘價值	保費支出	金融機構利潤	保險成本
1.0%	137,883	277,664	120,765	129,915	80,517
1.5%	197,685	237,219	120,765	129,915	99,873
2.0%	252,204	203,591	120,765	129,915	120,765
2.5%	301,969	175,790	120,765	129,915	142,728
3.0%	347,448	152,880	120,765	129,915	165,297
房價波動度					
2.5%	252,204	158,208	120,765	129,915	75,382
5.0%	252,204	168,191	120,765	129,915	85,365
7.5%	252,204	182,908	120,765	129,915	100,082
10.0%	252,204	200,459	120,765	129,915	117,633
12.5%	252,204	219,654	120,765	129,915	136,828
死亡率假設					
L-C (1.4 倍)	217,707	241,858	100,761	105,427	80,042
L-C (1.2 倍)	233,347	223,956	109,559	116,198	97,349
Lee-Carter	252,204	203,591	120,765	129,915	120,765
L-C (0.9 倍)	263,244	192,274	127,652	138,343	135,803
L-C (0.8 倍)	275,665	180,049	135,722	148,204	153,930

綜上所述，對於發行貸款金融機構而言，因為有反向房屋抵押貸款保險的存在，使得其利潤可以確保，不受到租金率以及房價波動度等參數估計錯誤的影響，而且契

約存續期間越長，可以賺取利差的時間增加，預期利潤增加。然而，對於承保機構而言，租金率的低估、房價波動度的低估以及契約終止率的高估均會造成非預期的損失（預期利潤的下降）。

三、年金給付型反向房屋抵押貸款

（一）年金給付型貸款商品結構分析

反向房屋抵押貸款之目的在以房養老，其需求多以年金給付型為主，因此，在本節，我們利用本研究所建議的分析方式，以模擬的方法分析年金給付型貸款之商品結構，並將之與一次給付型比較。文獻上，計算年金給付型反向房屋抵押貸款的每期給付金額可以分為兩個方式：第一種是先計算出一次給付金額，再將之年金化（e.g., 王儷玲等，2011；李秉芳等，2011）。第二種則是在反向房屋抵押貸款保費收入等於預期損失的條件下，直接決定借款人每期可以領到的最大年金給付（e.g., Lee et al., 2012）。在本文，我們參考 Lee et al. (2012)，在年金給付型的反向房屋抵押貸款下，將公式 (1)、(2) 以及 (3) 改寫如下：

$$BAL(1) = [\pi_0 H(0) + a] e^{(r+\pi_r)} \quad (16)$$

$$BAL(t) = [BAL(t-1)(1+\pi_m) + a] e^{(r+\pi_r)}, t = 2, 3, \dots \quad (17)$$

其中， a 是借款人在各年度期初可以領取的年金給付。為了簡化起見，我們假設借款人每年只領取一次給付，而各個項目價值的計算方式請參考公式 (12)、(13)、(14) 以及 (15) 的第一個等式。

在借款人為 70 歲男性下，表 5 提供不同無風險利率假設下之最大年金給付金額以及各個項目價值，其中，年金現值是依據借款人死亡率、領取年金金額以及相對應的利率計算而得。由表 5 我們可以發現，不管無風險利率為何，借款人可以領取的年金現值遠小於一次給付型的最大可貸金額（41 萬 4,290 元），主要是因為年金給付型貸款餘額雖然在契約開始的前幾年較一次給付型低，不過其隨著領取年金次數成長，最終將大於一次給付型；換句話說，對於承保機構而言，年金給付型貸款面臨更大的長命風險，使得給付的年金現值小於一次給付的金額。舉例而言，在無風險利率 4% 下，若一次給付 31 萬 5,469 元，則反向房屋抵押貸款保險成本為 5 萬 7,132 元，而若每年給付 2 萬 8,956 元，保險成本為 7 萬 3,434 元，年金給付型的保險成本高於一次給付型。因此，年金給付型的保險成本與一次給付型截然不同，若年金給付金額為一次給付時最大可貸金額年金化後的數額，則年金化後的保險成本將遠高於一次給付時

的保險成本。此外，在承保機構損益兩平下，表 5 中提供貸款金融機構利潤均小於一次給付型下的利潤 (129,915)，也顯示出年金給付型的業務面臨更大的挑戰。

表 5 不同利率假設下之最大年金給付金額（參數假設同表 1）

利率	年金金額	年金現值	租金收益	房屋剩餘價值	保費支出	金融機構利潤
0%	18,977	287,382	252,204	400,195	64,918	60,219
2%	23,733	302,287	252,204	379,719	69,285	65,790
4%	28,956	315,469	252,204	361,258	73,434	71,069
6%	34,561	326,987	252,204	344,824	77,308	75,985

（二）我國商品結構分析

我國自 2013 年五月起開始試辦反向房屋抵押貸款，目前只有年金給付的方式，為提高本研究在國內之實務應用價值，我們利用我國的參數資料值，站在借款人的角度，分析其辦理貸款後所保有的權益價值。我國目前制度設計的架構與美國 HECM 計畫有以下兩點主要差異：(1) 我國借款人無法保有房屋剩餘價值（請見註腳 2）；(2) 我國沒有反向房屋抵押貸款保險的制度設計，借款人不必繳交保險費，然而，當契約終止時若貸款餘額大於房屋價值，償還金額仍以房屋價值為上限。綜上所述，我們知道我國的制度設計實際上是希冀藉由免除借款人可得的房屋剩餘價值，以換取更大的可貸金額以及補償發行機構因為無追索權條款所帶來的損失。

因此，站在借款人的角度而言，在我國的契約架構下，其實質上是以前所擁有的房屋換取年金給付，並仍保有契約終止前的租金收益；而發行機關獲得的即為房屋期初價值減去年金給付以及租金收益現值。目前我國規劃的借款利率係參照國民住宅貸款利率計算，為中華郵政兩年期定期儲金機動利率加 0.042%，參考內政部社會司於 2013 年 2 月所提供的給付金額案例說明²⁰，當兩年期定期儲金機動利率為 1.375% 時，若房屋期初價值為 300 萬元，則一 70 歲男性可以貸得的年金給付金額為每月 10,300 元。以下，我們假設房屋期初價值為 300 萬元，並在一 70 歲男性可以貸得的年金給付金額為每年 123,600²¹ 元假設下，計算該借款人辦理貸款後所保有的權益價值，我們假設期初費用率仍為 2%（支付抵押物估價費、抵押權設定費、火災及地震保險等），而續期費用率為 0%，模擬次數為 10 萬次。表 6 提供不同利率水準下各項目之價值，其中，安全邊際為房屋期初價值減去年金現值以及租金收益；由於我國機關發行反向房屋抵押貸款不以營利為目的，故在此稱之為安全邊際。由表 6 可以發現，利率越高，則借

20 我國反向房屋抵押貸款發行機關原為內政部社會司，配合組織改造，現已改為衛生福利部社會及家庭署；案例說明詳見附錄 II。

21 = 12 × 10,300。

款人領取的年金現值越小，發行機關安全邊際越高（面臨之風險下降）；相反的，利率越低，則借款人領取的年金現值越大，發行機關安全邊際越低（面臨之風險上升）。

表 6 我國商品架構下各項目之價值

利率	年金金額	年金現值	租金收益	安全邊際	(率)
0%	123,600	1,812,698	737,758	449,554	(14.98%)
1.375%	123,600	1,614,101	737,758	648,141	(21.60%)
2%	123,600	1,535,030	737,758	727,212	(24.24%)
4%	123,600	1,320,139	737,758	942,103	(31.40%)
6%	123,600	1,151,313	737,758	1,110,929	(37.03%)

註：死亡率經驗採我國死亡率（請見表 3）； $\delta = 2\%$ 、 $\pi_r = 0.042\%$ 、 $\pi_0 = 2\%$ 、 $\pi_m = 0\%$ 、 $\sigma_H = 10.42\%$ 。

伍、結論與建議

本研究探討並分析反向房屋抵押貸款之商品結構，以幫助承作貸款的金融機構能夠了解該商品的特性，有效管理相關風險並且從中獲利。我們以財務工程的方法拆解該商品，在一次給付型的貸款下，將抵押房屋期初價值拆解成可貸金額、租金收益、房屋剩餘價值、保費支出以及保險成本（貸款機構所獲得的保險保障）等項目，以決定提供貸款金融機構利潤。在數值結果部分，我們首先決定最大可貸金額，並分析參數變化對於最大可貸金額以及上述各個項目的影響；此外，我們並提供可貸金額以及金融機構利潤之間的關係，以了解反向房屋抵押貸款商品的特性。其次，在給定最終可貸金額下，我們分析其他項目對於參數假設變化的敏感度，以瞭解發行機構以及承保機構之風險。最後，我們討論年金給付型的貸款，並分析我國的商品結構。

儘管我國反向房屋抵押貸款契約設計與美國 HECM 計畫不同，本研究所使用之方法仍可提供發行貸款金融機構以及借款人參考。透過我國商品結構分析我們可以發現，我國的制度設計藉由免除借款人可得的房屋剩餘價值，以換取更大的可貸金額。藉由本文的研究經驗，我們也針對目前的制度設計拙列以下意見供主管機關參考：(1) 開辦意願與逆選擇：在借款人沒有房屋剩餘價值選擇權下，是否會降低國人辦理反向房屋抵押貸款的意願，並引發更高的逆選擇風險。(2) 借款人的行為與評價誤差：目前的作業規定規範當借款人有違反應盡的責任或義務時，主管機關「得」終止貸款契約；不同於國外為防止借款人提早終止契約所設定的高利差，目前我國規劃的借款利率為中華郵政兩年定期儲蓄存款利率加 0.042%，在此條件下，貸款餘額成長緩慢，當房屋價格攀升，是否會促進借款人刻意造成契約終止條件成立的動機？例如將房屋出借或出售他人。儘管因為非營利的原因而有低利差的設計，然而借款人的行為是否會造成評價誤差，是值得主管機關留意的地方。

本研究有幾項限制：首先，我們假設房屋價格服從幾何布朗運動，使得各個項目

有明確簡單的封閉解可以分析，然而，幾何布朗運動無法捕捉到房屋價格過程波動叢聚的現象；第二，本文假設利率是常數（水平殖利率曲線），並沒有考慮利率期間結構變化的影響；第三，本研究以借款人死亡做為契約終止的唯一條件，在真實的評價上，還必需考慮其它可能因素。這些限制也提供了未來研究改進的方向。

Structural Analysis of Reverse Mortgages

Yung-Tsung Lee, Assistant Professor, Department of Banking and Finance, National Chiayi University

Yu-Hao Lo, Financial Assistant, Gigastone Corporation

1. Introduction and Study Purpose

The purpose of this study is to analyze the structure of reverse mortgages. In accordance with the HECM (Home Equity Conversion Mortgage) program, this study decomposes the collateralized property value into six components: loan amount, rental income, remaining value (on loan termination), reverse mortgage insurance benefits (i.e., reverse mortgage insurance costs) and expenses (premiums), and lender profits. This allows financial institutions to understand the profitability and risks associated with reverse mortgages.

Previous studies have examined reverse mortgage insurance, including pricing under the HECM program (c.f. Chen et al., 2010; Huang et al., 2011; Lee et al., 2012; Li et al., 2010; Szymanoski, 1994) and the assessment of HECM risk (e.g., Boehm and Ehrhardt, 1994; Tse, 1995). However, none of these previous studies considered the profitability and risks to the issuer of reverse mortgages, or the equity value remaining to the borrower. This study fills this gap in the literature.

2. Design, Methodology and Approach

2.1 RM Contract

This study considers a lump-sum payment reverse mortgage. At the terminal date, the outstanding loan balance is payable by selling the property. If the proceeds exceed the loan balance, the remaining value belongs to any heirs of the borrower; otherwise the lender recovers only the sale value of the property. Suppose that lenders can buy external insurance to cover any contingent loss. Furthermore, the insurance premiums are assumed to be paid by the borrower and include both upfront and annual payments. The loan balance accrues as follows:

$$BAL(t) = [\pi_0 H(0) + BAL(0)](1 + \pi_m)^{t-1} e^{(r+\pi_r)t}, \quad t = 1, 2, \dots$$

where $BAL(0)$ denotes the loan amount; r is the risk-free interest rate; π_r represents the loan interest spread; π_0 represents the upfront premium charge rate; π_m is the annual premium rate; and $H(0)$ is the initial value of the property.

2.2 House Price Process and the Mortality Model

Under the risk-neutral measure Q , the house price is constructed as follows:

$$\frac{dH(t)}{H(t)} = (r - \delta) dt + \sigma_H \cdot dW^Q(t)$$

where δ denotes the rental rate; σ_H represents the volatility of housing prices; and $W^Q(t)$ is a standard Brownian motion under measure Q .

This study uses the Lee-Carter model (Lee and Carter, 1992) to represent the mortality of the borrower and assumes the death of the borrower to be the unique factor that causes loan termination. Additionally, mortality and house price processes are assumed to be independent.

2.3 Structure Analysis of Reverse Mortgages

Given a specific loan amount, the present value of rental income ($V_R(0)$), the remaining value ($V_B(0)$), insurance premiums ($V_P(0)$) and the cost of RM insurance ($V_I(0)$) are determined using the following equations:

$$\begin{aligned} V_R(0) &= \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_{t-1}P_x \cdot q_{x+t-1} H(0) (1 - e^{-\delta t}) \\ V_B(0) &= \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_{t-1}P_x \cdot q_{x+t-1} e^{-rt} E_Q [H(t) - BAL(t)]^+ \\ &= \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_{t-1}P_x \cdot q_{x+t-1} (H(0) e^{-\delta t} \Phi(d_1(t)) - BAL(0) \pi(t) e^{\pi_m t} \Phi(d_2(t))) \\ V_P(0) &= \pi_0 H(0) + \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_tP_x e^{-rt} E_Q [BAL(t) \pi_m] \\ &= \pi_0 H(0) + \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_tP_x e^{\pi_m t} (1 + \pi_m)^{t-1} \pi_m [\pi_0 H(0) + BAL(0)] \\ V_I(0) &= \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_{t-1}P_x \cdot q_{x+t-1} e^{-rt} E_Q [BAL(t) - H(t)]^+ \\ &= \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_{t-1}P_x \cdot q_{x+t-1} (BAL(0) \pi(t) e^{\pi_m t} \Phi(-d_2(t)) - H(0) e^{-\delta t} \Phi(-d_1(t))) \end{aligned}$$

where ${}_t p_x$ (${}_t q_x$) denotes the probability that an individual aged x will survive to age $x+t$ ($x+t-1$); q_{x+t-1} represents the probability that an individual aged $x+t-1$ will die within the

next year; $d_1(t) = \frac{\log\left(\frac{H(0)}{BAL(0)\pi(j)}\right) + \left(-(\delta + \pi_r) + \frac{1}{2}\sigma_H^2\right)t}{\sqrt{\sigma_H^2 t}}$; $d_2(t) = d_1(t) - \sigma_H \sqrt{t}$;

$\pi(j+1) = \left(1 + \pi_0 \frac{H(0)}{BAL(0)}\right) (1 + \pi_m)^j$ for $j = 0, 1, 2, \dots$; and Φ is the cumulative distribution

function of the standard normal distribution.

The profits of the lender can be obtained by subtracting the loan amount, the value of rental income, the remaining value, insurance premiums (expenses) from the property value, plus the lender’s gain from RM insurance (the cost of RM insurance).

3. Findings

Table 1 lists the parameter assumptions for the numerical illustration. This study first determines the maximum loan-to-value (LTV) ratio, and hence the maximum loan amount, under which the present value of insurance premiums equals the cost of RM insurance. Table 2 lists the maximum loan amounts for borrowers in several age groups. We then examine the sensitivity of the maximum loan amount to changes in certain key variables (see Table 3) for a male borrower aged 70 years old.

Table 1 Parameter Assumptions

Parameter	$H(0)$	δ	π_r	π_0	π_m	σ_H
Value	1,000,000	2%	1.5%	2%	1.25%	10.42%

Table 2 Maximum Loan Amounts for Borrowers of Different Ages

Age	Loan Amount	Rental Income	Remaining Value	Insurance Expenses	Profits
62	307,357	336,570	201,947	141,865	154,126
65	345,237	304,852	203,771	134,872	146,140
70	414,290	252,204	203,591	120,765	129,915
75	487,218	202,917	198,444	104,756	111,420
80	561,994	158,098	188,080	87,829	91,829

Note: The profit of the lender is obtained by subtracting the former three components from $H(0)$.

Table 3 Sensitivity Analysis for Maximum Loan Amounts

Rental Rate	Loan Amounts	Rental Income	Remaining Value	Insurance Expenses	Profits
1.0%	503,967	137,883	201,409	141,572	156,741
2.0%	414,290	252,204	203,591	120,765	129,915
3.0%	340,018	347,448	204,837	103,532	107,697
Loan Interest Spread					
0%	610,796	252,204	136,999	144,747	0
0.5%	539,570	252,204	158,089	136,577	50,137
1.5%	414,290	252,204	203,591	120,765	129,915
2.5%	311,934	252,204	250,725	106,190	185,137
Upfront Premium Charge Rate					
1.0%	404,480	252,204	219,326	106,169	123,989
2.0%	414,290	252,204	203,591	120,765	129,915
3.0%	422,577	252,204	189,833	135,008	135,386
Annual Premium Rate					
0.50%	365,147	252,204	275,897	53,226	106,752
1.25%	414,290	252,204	203,591	120,765	129,915
2.00%	438,385	252,204	161,081	203,458	148,330
Housing Price Volatility					
2.5%	489,422	252,204	105,983	138,197	152,390
7.5%	452,058	252,204	154,524	129,528	141,213
12.5%	383,384	252,204	243,741	113,594	120,670
Mortality					
L-C (1.4 times)	462,557	217,707	202,591	109,736	117,145
Lee-Carter	414,290	252,204	203,591	120,765	129,915
L-C (0.8 times)	383,819	275,665	202,706	127,603	137,810

According to the HECM program, an upper limit exists on the actual loan amount, known as the maximum loan amount, and the issuer can determine the actual LTV ratio, provided that it does not exceed this limit. As a result, this study analyzes the profitability of the mortgage issuer and insurance provider against the potential LTV ratios. Figure 1 shows the relationship for a borrower aged 70 years old.

In practice, the loan amount is fixed when the loan is set up. The issuer must assess the mispricing risk owing to the uncertainty of parameter values. For a scenario that assumes maximum loan amount (\$414,290 for a 70-year-old male borrower), the effect of rental rate,

housing price volatility, and mortality assumption should be examined in terms of the value of each component. Table 4 shows that an unexpected loss will occur for the insurance provider when the rental rate and/or housing price volatility are underestimated, and when the mortality (decremental) rate is overestimated. Owing to the existence of RM insurance, the profit of mortgage issuer is independent of the rental rate and the housing price volatility.

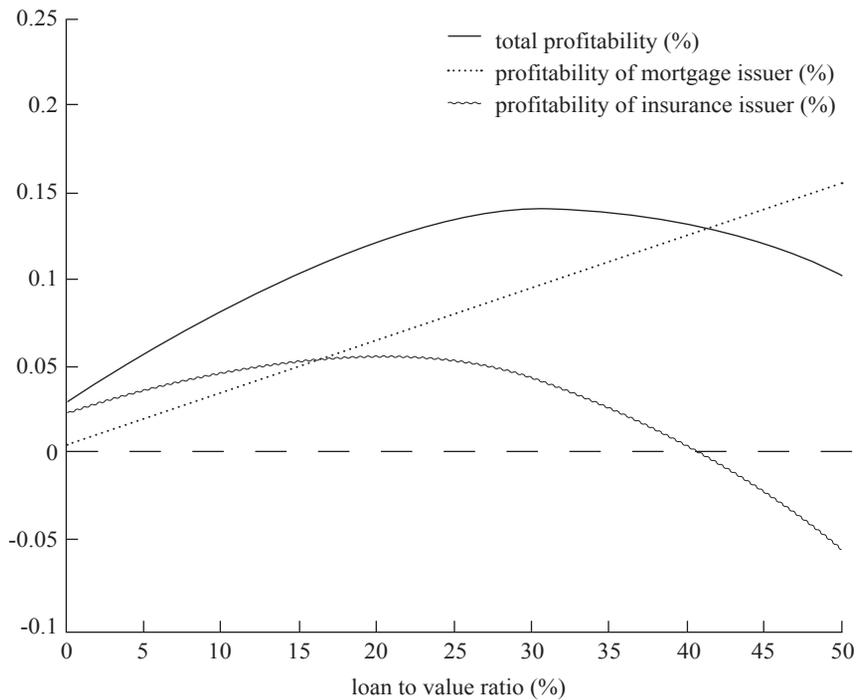


Figure 1 The Profitability versus the Loan to Value Ratio

Table 4 Sensitivity Analysis for a Specific Loan Amount

Rental Rate	Rental Income	Remaining Value	Insurance Expenses	Profits	Cost of Insurance
1.0%	137,883	277,664	120,765	129,915	80,517
2.0%	252,204	203,591	120,765	129,915	120,765
3.0%	347,448	152,880	120,765	129,915	165,297
Housing Price Volatility					
2.5%	252,204	158,208	120,765	129,915	75,382
7.5%	252,204	182,908	120,765	129,915	100,082
12.5%	252,204	219,654	120,765	129,915	136,828

Rental Rate	Rental Income	Remaining Value	Insurance Expenses	Profits	Cost of Insurance
Mortality					
L-C (1.4 times)	217,707	241,858	100,761	105,427	80,042
Lee-Carter	252,204	203,591	120,765	129,915	120,765
L-C (0.8 times)	275,665	180,049	135,722	148,204	153,930

Note: L-C (k times) means that the fitted mortality rate is multiplied by k.

4. Research Limitations

This study suffers from several limitations. First of all, the Geometric Brownian motion fails to capture the well-documented phenomenon of volatility clustering in housing prices. Secondly, the assumption of constant interest rate does not consider the effect of interest rate term structure. Third, factors other than mortality rate may cause loans to become due and payable. All of these issues could be considered in future studies.

5. Contribution

To achieve profits and effectively manage risks, it is important that financial institutions understand the structures of their products. This study provides a specific process by which lenders can specifically assess profit and recognize potential risks. Furthermore, the proposed approach enables borrowers entering into reverse mortgages to realize the detailed conversion values of their properties.

參考文獻

- 王儷玲、王正偉與劉文彬，2011，臺灣實施反向房屋抵押貸款對提升退休所得之影響，*風險管理學報*，13卷1期：25-48。(Wang, Jennifer L., Wang, Jeng-Wei, and Liu, Wen-Pin. 2011. The impacts of the reverse mortgage on retirement income in Taiwan. *Journal of Risk Management*, 13 (1): 25-48.)
- 李秉芳、楊屯山與林哲群，2011，固定利率與指數型不動產逆向抵押貸款之比較分析，*住宅學報*，20卷2期：27-46。(Li, Ping-Fang, Yang, Jerry T., and Lin, Che-Chun. 2011. A comparison between fixed-rate and adjustable-rate reverse mortgages. *Journal of Housing Studies*, 20 (2): 27-46.)
- 林左裕與楊博翔，2011，逆向房屋抵押貸款在臺灣推行之需求分析，*住宅學報*，20卷1期：109-125。(Lin, Tso-Yu, and Yang, Po-Hsiang. 2011. The analysis of demand for the reverse mortgage program in Taiwan. *Journal of Housing Studies*, 20 (1): 109-125.)
- 黃泓智、吳文傑、林左裕與鄭雅丰，2008，反向房屋貸款在高齡社會的應用，*風險管理學報*，10卷3期：293-314。(Huang, Hong-Chih, Wu, Wen-Chieh, Lin, Tso-Yu, and Cheng, Ya-Fu. 2008. The application of reverse mortgages in aging society. *Journal of Risk Management*, 10 (3): 293-314.)
- Black, F., and Scholes, M. 1973. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81 (3): 637-654. doi: 10.1086/260062
- Boehm, T. P., and Ehrhardt, M. C. 1994. Reverse mortgages and interest rate risk. *Real Estate Economics*, 22 (2): 387-408. doi: 10.1111/1540-6229.00639
- CFPB. 2012. *Reverse mortgages: Report to congress*. Washington, DC: Consumer Financial Protection Bureau.
- Chen, H., Cox, S. H., and Wang, S. S. 2010. Is the home equity conversion mortgage in the United States sustainable? Evidence from pricing mortgage insurance premiums and non-recourse provisions using the conditional Esscher Transform. *Insurance: Mathematics and Economics*, 46 (2): 371-384. doi: 10.1016/j.insmatheco.2009.12.003
- Federal Housing Finance Board. 2011. *Single-family mortgages, monthly national averages, previously occupied homes*. <http://www.fhfa.gov/DataTools/Downloads/Pages/Monthly-Interest-Rate-Data.aspx>. Accessed Dec. 1, 2011.
- Hancock, R. 1998a. Can housing wealth alleviate poverty among Britain's older population?. *Fiscal Studies*, 19 (3): 249-272. doi: 10.1111/j.1475-5890.1998.tb00287.x
- _____. 1998b. Housing wealth, income and financial wealth of older people in Britain.

- Aging and Society*, 18 (1): 5-33. doi: 10.1017/S0144686X97006685
- Huang, H. C., Wang, C. W., and Miao, Y. C. 2011. Securitization of crossover risk in reverse mortgages. *The Geneva Papers on Risk and Insurance – Issues and Practice*, 36 (4): 622-647. doi: 10.1057/gpp.2011.23
- Human Mortality Database. 2011. *1×1 data, death rates, period data, complete data series, U.S.A.*. <http://www.mortality.org>. Accessed Sep. 7, 2011.
- Lee, R. D., and Carter, L. R. 1992. Modeling and forecasting U.S. mortality. *Journal of the American Statistical Association*, 87 (419): 659-671. doi: 10.1080/01621459.1992.10475265
- Lee, Y. T., Wang, C. W., and Huang, H. C. 2012. On the valuation of reverse mortgages with regular tenure payment. *Insurance: Mathematics and Economics*, 51 (2): 430-441. doi: 10.1016/j.insmatheco.2012.06.008
- Li, S. H., Hardy, M. R., and Tan, K. S. 2010. On pricing and hedging the no-negative-equity guarantee in equity release mechanisms. *Journal of Risk and Insurance*, 77 (2): 499-522. doi: 10.1111/j.1539-6975.2009.01344.x
- Merton, R. C. 1973. Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 4 (1): 141-183. doi: 10.2307/3003143
- Mitchell, O. S., and Piggott, J. 2004. Unlocking housing equity in Japan. *Journal of the Japanese and International Economies*, 18 (4): 466-505. doi: 10.1016/j.jjie.2004.03.003
- Stucki, B. R. 2006. Using reverse mortgages to manage the financial risk of long-term care. *North American Actuarial Journal*, 10 (4): 90-102. doi: 10.1080/10920277.2006.10597415
- Szymanoski, E. J. Jr. 1994. Risk and the home equity conversion mortgage. *Real Estate and Economic*, 22 (2): 347-366. doi: 10.1111/1540-6229.00637
- Tse, Y. K. 1995. Modeling reverse mortgages. *Asia Pacific Journal of Management*, 12 (2): 79-95. doi: 10.1007/BF01734387

附錄 I 房屋剩餘價值推導

令 x 為借款人在契約開辦時 ($t = 0$) 的年齡，借款人預期的房屋剩餘價值如下：

$$\begin{aligned}
 V_B(0) &= \sum_{t=1}^{\omega-x} E_Q \left[\frac{{}_{t-1}P_x \cdot q_{x+t-1} [H(t) - BAL(t)]^+}{B(t)} \right] \\
 &= \sum_{t=1}^{\omega-x} {}_{t-1}P_x \cdot q_{x+t-1} C_B(t)
 \end{aligned} \tag{A1}$$

其中

$$C_B(t) = E_Q \left[\frac{H(t)1_{D'} }{B(t)} \right] - E_Q \left[\frac{BAL(t)1_{D'} }{B(t)} \right] \tag{A2}$$

$$\text{且 } 1_{D'} = \begin{cases} 1, & H(t) \geq BAL(t) \\ 0, & H(t) < BAL(t) \end{cases} .$$

以下，我們分別計算 $E_Q \left[\frac{BAL(t)1_{D'} }{B(t)} \right]$ 以及 $E_Q \left[\frac{H(t)1_{D'} }{B(t)} \right]$ ：

將公式 (3) 帶入 $E_Q \left[\frac{BAL(t)1_{D'} }{B(t)} \right]$ ，則

$$\begin{aligned}
 E_Q \left[\frac{BAL(t)1_{D'} }{B(t)} \right] &= E_Q \left[(\pi_0 H(0) + BAL(0))(1 + \pi_m)^{t-1} e^{\pi_r t} 1_{D'} \right] \\
 &= (\pi_0 H(0) + BAL(0))(1 + \pi_m)^{t-1} e^{\pi_r t} \Pr_Q(H(t) \geq BAL(t))
 \end{aligned} \tag{A3}$$

將公式 (3) 與公式 (10) 帶入 $\Pr_Q(H(t) \geq BAL(t))$ ，我們有

$$\begin{aligned}
 & \Pr_Q(H(t) \geq BAL(t)) \\
 &= \Pr_Q\left(H(0)B(t) \exp\left\{-\left(\delta + \frac{1}{2}\sigma_H^2\right)t + \sigma_H W^Q(t)\right\} \geq [\pi_0 H(0) + BAL(0)](1 + \pi_m)^{t-1} B(t) e^{\pi_r t}\right) \\
 &= \Pr_Q\left(\exp\left\{-\left(\delta + \frac{1}{2}\sigma_H^2\right)t + \sigma_H W^Q(t)\right\} \geq \frac{(\pi_0 H(0) + BAL(0))(1 + \pi_m)^{t-1}}{H(0)} e^{\pi_r t}\right) \\
 &= \Pr_Q\left(-\left(\delta + \frac{1}{2}\sigma_H^2\right)t + \sigma_H W^Q(t) \geq \log\left(\frac{(\pi_0 H(0) + BAL(0))(1 + \pi_m)^{t-1}}{H(0)}\right) + \pi_r t\right) \\
 &= \Pr_Q\left(\sigma_H W^Q(t) \geq \log\left(\frac{(\pi_0 H(0) + BAL(0))(1 + \pi_m)^{t-1}}{H(0)}\right) + \left(\delta + \frac{1}{2}\sigma_H^2 + \pi_r\right)t\right) \\
 &= \Pr_Q\left(Z^Q \geq \frac{\log\left(\frac{(\pi_0 H(0) + BAL(0))(1 + \pi_m)^{t-1}}{H(0)}\right) + \left(\delta + \frac{1}{2}\sigma_H^2 + \pi_r\right)t}{\sigma_H \sqrt{t}}\right) \\
 &= \Phi(d_2(t))
 \end{aligned} \tag{A4}$$

其中 Z^Q 是測度 Q 下的標準常態分配。亦即，

$$E_Q\left[\frac{BAL(t)1_{D'}}{B(t)}\right] = (\pi_0 H(0) + BAL(0))(1 + \pi_m)^{t-1} e^{\pi_r t} \Phi(d_2(t))$$

另一方面，將房價過程（公式 (10)）帶入 $E_Q\left[\frac{H(t)1_{D'}}{B(t)}\right]$ ，我們可以得到

$$E_Q\left[\frac{H(t)1_{D'}}{B(t)}\right] = H(0)E_Q\left[\exp\left\{-\left(\delta + \frac{1}{2}\sigma_H^2\right)t + \sigma_H W^Q(t)\right\}1_{D'}\right] \tag{A5}$$

令 $\frac{dR}{dQ}\Big|_{\mathfrak{F}_T} = \exp\left\{\sigma_H W^Q(T) - \frac{1}{2}\sigma_H^2 T\right\}$ ，由 Girsanov's theorem，我們有

$$\begin{aligned}
 E_Q\left[\frac{H(t)1_{D'}}{B(t)}\right] &= H(0)e^{-\delta t}E_Q\left[\frac{dR}{dQ}\Big|_{\mathfrak{F}_T} 1_{D'}\right] \\
 &= H(0)e^{-\delta t}E_R[1_{D'}] \\
 &= H(0)e^{-\delta t}\Pr_R\{H(t) \geq BAL(t)\}
 \end{aligned} \tag{A6}$$

且

$$dW^R(t) = dW^Q(t) - \sigma_H dt \tag{A7}$$

此外，由公式 (6)，我們可以得到房屋價格在機率測度 R 下之動態如下，

$$\frac{dH(t)}{H(t)} = (r - \delta + \sigma_H^2) dt + \sigma_H \cdot dW^R(t) \tag{A8}$$

藉由 *ITO'S Lemma*，房價可以表示成：

$$H(t) = H(0) e^{\left(r - \delta + \frac{1}{2}\sigma_H^2\right)t + \sigma_H W^R(t)} \tag{A9}$$

將公式 (3) 以及公式 (A9) 帶入 $\Pr_R \{H(t) \geq BAL(t)\}$ ，我們可以得到

$$\begin{aligned} & \Pr_R \{H(t) \geq BAL(t)\} \\ &= \Pr_R \left\{ H(0) \exp \left\{ \left(-\delta + \frac{1}{2} \sigma_H^2 \right) t + \sigma_H W^R(t) \right\} \geq [\pi_0 H(0) + BAL(0)] (1 + \pi_m)^{t-1} e^{\pi_r t} \right\} \\ &= \Pr_R \left\{ \sigma_H W^R(t) \geq \log \left(\frac{(\pi_0 H(0) + BAL(0)) (1 + \pi_m)^{t-1}}{H(0)} \right) + \left(\delta + \pi_r - \frac{1}{2} \sigma_H^2 \right) t \right\} \\ &= \Pr_R \left\{ Z^R \geq \frac{\log \left(\frac{(\pi_0 H(0) + BAL(0)) (1 + \pi_m)^{t-1}}{H(0)} \right) + \left(\delta + \pi_r - \frac{1}{2} \sigma_H^2 \right) t}{\sigma_H \sqrt{t}} \right\} \\ &= \Phi(d_1(t)) \end{aligned} \tag{A10}$$

其中 Z^R 是測度 R 下的標準常態分配。

因此， $E_Q \left[\frac{H(t) 1_{D^c}}{B(t)} \right] = H(0) e^{-\delta t} \Phi(d_1(t))$

附錄 II 不動產逆向抵押貸款制度試辦方案給付金額－案例說明

單位：元／月

年齡及性別 不動產估價現值（萬元）	65 歲		70 歲		75 歲	
	男	女	男	女	男	女
300	8,200	7,100	10,300	9,000	13,400	11,700
500	13,800	11,900	17,300	15,000	22,500	19,600
700	19,300	16,800	24,300	21,100	31,600	27,600
1,000	27,700	24,000	34,800	30,300	45,300	39,500
1,200	33,200	28,800	41,800	36,300	54,400	47,400

作者簡介

* 李永琮

國立嘉義大學財務金融學系助理教授，政治大學風險管理與保險研究所博士。主要研究領域為保險精算、資產負債管理以及退休金等。

羅玉皓

國立嘉義大學企業管理研究所財務金融組碩士，現任立達國際電子股份有限公司財務部助理。

* E-mail: engtsong@yahoo.com.tw

