臺大管理論叢　4(1)，民82，5月：171-207

多階模糊批量方法—單階方法在多階模糊需求時的延伸

白健二　　楊銘賢*

摘　　要

批量方法是生產管理的最重要課題之一，但過去研究幾乎都在假定需求爲確定 (deterministic) 或隨機 (stochastic) 的條件下進行，此與實務中需求數量或分配常不確知的模糊 (fuzzy) 環境並不一致。本研究針對多階無產能限制的批量問題 (MLUR)，將五種單階批量方法 WW 、ICA 、SM 、PPA 、POQ 等應用到多階模糊需求的環境，發展出適用於 MRP 系統中的多階模糊批量方法，並以 36 種需求類型，2 種五階產品結構、3 種成本結構爲例共產生 216 個問題求解，發現其成本績效確較一般多階批量方法爲優。作者嘗試在 MRP 系統中考慮需求的模糊本質，使批量方法更符合實務環境，針對本研究的結果，文末並對未來繼續研究的方向，提出若干建議。

關鍵詞：批量、多階批量方法、 MRP 、模糊。

*國立台灣大學工商管理學系

壹、前　言

在生產管理的領域中，生產批量的決定是相當重要的問題，因爲批量大小直接影響生產計劃實施的成本績效，如何找到一種最佳的批量方法(lot-sizing rule)，乃成爲研究者關心的主題。自Harris(1915) 提出經濟訂購量(economic order quantity, EOQ)公式以來，有關批量方法的研究很多，其中Wagner and Whitin (1958)提出的經濟批量動態模式(WW法)，採動態規劃求解單一產品項目多期間時的最適批量，更常被後來研究者引爲不同批量方法優劣的比較基準（如Blackburn and Millen, 1982a；Callarman and Hamrin, 1983）。

雖然批量方法的研究成果甚豐，但幾乎所有研究皆在假定需求爲確定 (deterministic)或隨機(stochastic)的條件下進行，這與實務中需求數量或分配常不確知的模糊(fuzzy)環境基本上並不一致。模糊集合(fuzzy set)的觀念自Zadeh(1965)首先提出後便迅速發展爲一門理論，但其在生產管理的應用發展並不多(Karwowski and Evans, 1986)。Kacprzyk and Staniewski(1982)以模糊決策模式訂定最佳長期存貨補充政策，是最早在存貨管理中考慮實際應用環境之模糊本質者；而與批量方法直接相關的應用則到最近才有Lee et al.(1991)比較三種批量方法在單階模糊需求環境中的績效。基於批量方法的重要性及過去研究的良好基礎，考慮實務環境的模糊本質，應用模糊集合理論發展模糊批量方法將有極大的研究空間，這也正是本研究的動機。

Karwowski and Evans(1986)認爲批量問題中的幾個參數均具有模糊的本質，因此很適合用模糊數(fuzzy number)來發展模糊模式；即使在多階相依物料項目的物料需求規劃(material requirements planning, MRP)系統的環境中，實務應用雖偏重資料處理而忽視數學模式，但採用模糊模式將可能帶來很大效果。固然批量問題中的需求量、庫存量、持有成本(holding cost)、整備成本(set-up cost)、前置期間等都具有模糊的性質，但爲免太多模糊變數使模式過於複雜而不易操控，因此本研究乃選取一般而言模糊性較高的外生變數—— 需求量 ——爲對象，考慮模糊需求時的多階批量方法。

Bahl et al.(1987)依物料項目的階層(level)數及有無產能限制，將批量問題分成單階無產能限制(SLUR)，多階無產能限制(MLUR)，單階有產能限制(SLCR)，多階有產能限制(MLCR)等四類。本研究係以MLUR的批量問題爲範圍，研究其在模糊需求時的批量方法。Lee et al.(1991)在模糊需求時針對項目期間平衡法(part-period balancing, PPB)、SM(Silver-Meal)法、WW法等三種批量方法的比較研究，雖然也以MLUR問題爲對象，但其求解過程僅考慮靜態計劃期間(static planning horizon)內的最終項目(end item)，基本上並未改變其批量方法的單階本質，嚴格說來研究問題應歸爲SLUR 。本研究則將採Blackburn and Millen(1982a)所提出的成本調整方法，使單階批量方法應用到多階問題時能顧及相依物料項目間的互動關係而有較佳績效。

綜上述，本研究的目的係對多階無產能限制的批量問題，在模糊需求的條件下，進行批量方法的研究。本文下節將先從MRP系統較常用的單階批量方法中挑出數種加以介紹；第參節則在模糊需求的假設條件下，將單階批量方法分別修正爲靜態期間時的多階模糊批量方法，並說明其在捲動期間時的延伸；第肆節將例舉問題說明多階模糊批量方法之運算及比較其與一般多階批量方法之成本績效；最後則討論

本研究的結果，提出結論，及指出未來可再進一步研究的方向。

貳、確定需求時的單階批量方法

Ritchie(1986)將單階批量方法分成四類：WW法，增加持有成本的方法，使補充期間內持有及整備成本爲最小的方法，使整備成本等於持有成本的方法。Gupta and Keung(1990)便依此分類方式整理有關的單階批量方法，Gupta et al.(1992)的模擬研究則發現，在接近實務條件的多階捲動環境下，考慮以成本及排程不穩定性(schedule instability)作爲績效指標，則對大部份情形，第三類中的SM法會優於第一類的WW法及第二類中的增加成本法(incremental approach, ICA)，而第二類中的GA法(Gaither's rule)及第三類中的修正SM法(MSM)則較差。本研究依不同研究對批量方法的評價結果 (如Orlicky, 1975; Wemmerlov, 1979; Blackburn and Millen, 1982a; Callarman and Hamrin, 1983; Lee and Adam, 1986; Haddock and Hubicki, 1989; Hsu and El-Najdawi, 1991) ，在兼顧成本績效及實用性的原則下，分別從各類方法中選出第一類的WW法，第二類中的ICA法(Freeland and Colley, 1982)，第三類中的SM法(Silver and Meal, 1973), 以及第四類中的PPA法（Demattis, 1968）與POQ法等共五種方法作爲研究對象。這五種方法除WW法爲最適方法外，其餘四種均屬啓發式方法(heuristics)，且都依連續數期需求量訂定批量，符合Wagner and Whitin(1958)所導出的最適方法之必要條件。

接著便介紹確定需求時的單階批量模式及本研究所使用的五種方法。

一、單階批量模式

(一)、假設

Gupta and Keung(1990)指出，應用確定需求時的單階批量模式一般均有以下的假設條件：

1. 需求爲已知離散值，且隨時間變動。
2. 一個計劃期間之期數爲離散值，且各期時間等長。
3. 最末期的期末存貨量爲 0 。
4. 前置時間固定（在不失一般性之下，通常假設爲 0 ）。
5. 整個計劃期間內的變動生產成本爲定值，通常假設爲 0 。
6. 每個生產批的整備成本爲固定正值，且與時間無關。
7. 線性的正值持有成本，通常令其與時間無關。
8. 補充速率無限快（即生產量可立即轉爲庫存）。
9. 不允許分割批量。
10. 所有物料項目均分別考慮。
11. 各期需求應在期初供應。
12. 不允許缺貨。
13. 當存貨從一期持有到下一期時便計算持有成本。

(二)、模式

基於上述假設與使整個計劃期間總成本爲最小的績效準則，則靜態單階批量問題可用數學模式表示如下：

$$
\begin{aligned}
&\text{Minimize} \quad \sum_{i=1}^{N}[s\cdot\delta(x_i)+h\cdot I_i] \\
&\text{Subject to} \\
&\qquad I_0 = I_N = 0 \\
&\qquad I_{i-1}+x_i-I_i=d_i\ , \quad i=1,\cdots,N \\
&\qquad x_i \geq 0\ , \qquad\qquad\quad i=1,\cdots,N \\
&\qquad I_i \geq 0\ , \qquad\qquad\quad\ i=1,\cdots,N-1
\end{aligned}
$$

其中，

N＝計劃期間長度（期數）

s＝每批的整備成本

h＝每期每單位的持有成本

d_i＝第i期的產品需求量

x_i＝第i期的生產批量

I_i＝第i期的期末存貨量

$$\delta(x_i)=\begin{cases}1, & x_i>0\\ 0, & x_i=0\end{cases}$$

二、五種單階批量方法

(一)、WW法

WW法是一個靜態單階批量問題的最適解法，它經由動態規劃對上述線性規劃的數學模式求解，雖然成本績效最佳，但計算過程較長。其求解可用後向遞迴(backward recursion)或前向遞迴(forward recursion)，若採前者，求解步驟如下：

1. 定義$C(i)$＝第i期初到第N期末的最適總成本。

   邊界條件：$C(N+1)=0$

遞迴公式：

$$C(i) = \mathrm{Min}_{i \le j \le N}\left[C(j+1) + f_{ij}\right]$$

$$\text{其中，}\quad f_{ij} = s + h\sum_{k=i}^{j}(k-i)d_k$$

2. 對$i = N, \cdots, 1$，依遞迴公式求$C(i)$，並令對應$C(i)$之最小j值為J_i。則最適總成本$TC = C(1)$，各期的最適批量x_i為：

$$x_1 = \sum_{n=1}^{J_1} d_n\ ,\ x_2 = \cdots = x_{J_1} = 0$$

$$x_{J_1+1} = \sum_{n=J_1+1}^{J_{J_1+1}} d_n\ ,\ x_{J_1+2} = \cdots = x_{J_{J_1+1}} = 0\ ,$$

$\cdots$, 一直繼續到$i = N$為止。

(二)、ICA法

ICA法計算包含某期需求量到生產批量內所增加的持有成本，若此增加成本不大於整備成本，便將該期需求量納入批量，反之則否。其求解步驟如下：

1. $i = 1$，$TC = 0$。
2. 對$j = i, \cdots, N$，逐步考慮下式是否成立，一直到找到第一個使之不成立的j為止，令$k_i = j-1$；若未找到，則令$k_i = N$：

$$s \ge h(j-i)d_j$$

3. $x_i = \sum_{n=i}^{k_i} d_n$, $x_{i+1} = \cdots = x_{k_i} = 0$ ， $TC = TC + s + h\sum_{n=i}^{k_i}(n-i)d_n$ 。若$k_i < N$，則令$i = k_i + 1$，再回到步驟 2 ；否則，$TC, x_i (i = 1, \cdots, N)$即為所求之最適總成本及批量。

(三)、SM法

Silver and Meal計算一個包含連續數期需求量的批量以使每期成本最小，因此有時也稱爲最低每期成本法。其求解步驟如下：

1. $i=1$，$TC=0$。
2. 對$j=i,\cdots,N-1$，逐步求i到j期的平均每期成本$AC_i(j)$：

$$AC_i(j)=\left[s+h\sum_{n=i}^{j}(n-i)d_n\right] \Big/ (j-i+1)$$

並比較大小，一直到找到第一個使$AC_i(j+1)>AC_i(j)$的j爲止，令 $k_i=j$；若未找到，則令$k_i=N$。

3. 同(二)之步驟 3 。

(四)、PPA法

Demattis(1968)提出此簡化的PPB法，他將一個物料項目的成本結構係數比(s/h)稱爲項目期間值(part-period value, PP)，祇要連續數期的需求量乘以其持有期間的累計值不超過PP，便將此數期的需求量併在同一批生產。他並且認爲，如果再加上前後調整(look-ahead and look-back)， 則績效可能將更佳，雖然計算效率會降低； Wemmerlov (1983)依此觀念提出了完整的PPB法，並實驗證實其成本確實比原來更低，但Ritchie(1986)的研究成果卻發現，就整體績效而言，簡單的PPA法要優於完整的PPB法。

PPA法的求解步驟如下：

1. $i=1$，$TC=0$。
2. 對$j=i,\cdots,N$，逐步求滿足$\sum_{n=i}^{j}(n-i)d_n\le s/h$的最大$j$值，令爲$k_i$。

3. 同(二)之步驟 3。

(五)、POQ 法

Orlicky(1975)認爲POQ法係以傳統的EOQ邏輯爲基礎修改而成的方法，此法先依EOQ公式求算物料項目的經濟批量，再將之除以平均每期需求量，即得訂購期間(time between order, TBO)；實務中常用的LFL法可視爲此法在TBO＝1時的特例(Krajewski and Ritzman, 1988)。POQ法的求解步驟如下：

1. $i=1$，$TC=0$。
2. 求$d=\frac{\sum_{i=1}^{N} d_i}{N}$，$EOQ=\sqrt{\frac{2ds}{h}}$，$t=\frac{EOQ}{d}$，令$Int(t)$爲$t$四捨五入後之整數值，取 $TBO=\max[Int(t),1]$。令$k_i=TBO$。
3. $x_i=\sum_{n=i}^{k_i} d_n$，$x_{i+1}=\cdots=x_{k_i}=0$， $TC=TC+s+h\sum_{n=i}^{k_i}(n-i)d_n$。
4. 若$k_i<N$，令$i=k_i+1, k_i=\mathrm{Min}[k_i+TBO,N]$，回到步驟3；否則，$TC, x_i(i=1,\cdots,N)$ 即爲所求之最適總成本及批量。

參、模糊需求時的多階批量方法

本節中首先介紹模糊集合理論的數學觀念，繼則將前節中選出的五種單階批量方法分別修正爲模糊需求時的多階批量方法。

一、模糊集合理論

(一)、模糊集合

Zadeh(1965)首先提出模糊集合的理論。傳統的集合論以二分法(dichotomy)處理元素x與集合A間的關係，亦即「$x\in A$」與「$x\notin$

A」恰有一者成立。但實際上事物間的關係常無法如此明確(crisp)，亦即「$x \in A$與否」的答案是模糊的(fuzzy)，此可用函數符號加以表示。假設A爲宇集合(universe)X中的子集，則X中任一元素x是否屬於A的問題，在傳統集合論中可用特徵函數(characteristic function)$\mu_A(x)$表示（關頌廉，民80）：

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

上式中$\mu_A(x)$僅取兩值，亦即將x隸屬於A的關係以二分法明確化；若$\mu_A(x)$不祗兩值，則隸屬關係便會模糊，基於此，可定義一個X中的模糊子集(fuzzy subset)$\tilde{A}$，任一$x \in X$與$\tilde{A}$間的模糊隸屬關係則由一隸屬函數(membership function)$\mu_{\tilde{A}}(x)$表示：

$$\mu_{\tilde{A}}(x) \ : \ X \to [0,1]$$

$\mu_{\tilde{A}}(x)$表示x隸屬於$\tilde{A}$的程度或等級，其值越大表示隸屬的可能性(possibility)愈高，而有序對集合$\left\{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\right\}$則可作爲模糊集$\tilde{A}$的定義(Zimmermann, 1991)，例如「接近10的實數」便可以下列的模糊集表示：

$$\tilde{A} = \left\{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in R, \mu_{\tilde{A}}(x) = [1 + (x-10)^2]^{-1}\right\}$$

一般而言，$\mu_{\tilde{A}}(x)$的值域祇要是有界的非負實數集合即可，其值並不限定在 0 與 1 之間，但可將其轉換使$\mathrm{Sup}_x \mu_{\tilde{A}}(x) = 1$，此時的模糊集稱爲正規模糊集(normal fuzzy set)，但$\mu_{\tilde{A}}(x) = 0$的元素通常均不計入模糊集內。若$\mu_{\tilde{A}}(x)$的值域$=\{0, 1\}$，則 $\tilde{A}$不爲模糊集，而其隸屬函數等於特徵函數。

(二)、模糊數

Dubois and Prade(1978)將實數R的任意模糊子集稱爲模糊數(fuzzy number)，令$\tilde{n}$爲模糊數，其隸屬函數$\mu_{\tilde{n}}$爲：

1. $\mu_{\tilde{n}}: R \to [0,1]$
2. $\mu_{\tilde{n}}(x) = 0, \forall x \in (-\infty, c]$
3. 在$[c,a]$嚴格遞增
4. $\mu_{\tilde{n}}(x) = 1, \forall x \in [a,b]$
5. 在$[b,d]$嚴格遞減
6. $\mu_{\tilde{n}}(x) = 0, \forall x \in [d,\infty)$

其中，$c \leq a \leq b \leq d$均$\in R$，且允許有$c = -\infty$，或$a = b$，或$c = a$，或 $b = d$，或$d = +\infty$的情形存在。

當上述第3、5兩項性質分別改爲嚴格直線遞增及遞減時，則$\tilde{n}$可以用四元數(c,a,b,d)表示，由於$\mu_{\tilde{n}}$的圖形似梯形（如圖1），故稱之爲梯形模糊數(trapezoidal fuzzy number)[1]；當$a = b$時，它可用三元數(c,a,d)表示，此時$\mu_{\tilde{n}}$的圖形似三角形（如圖2），故稱之爲三角模糊數(triangular fuzzy number)[2]，亦即後者爲前者的一個特例(Zimmermann, 1991)。例如「需求量大約爲50」便可用梯形模糊數(40, 47, 53, 60)或三角模糊數(40, 50, 60)表示，而「需求量爲50」也可表示成(50, 50, 50, 50)或(50, 50, 50)。

圖1　見第194頁

圖2　見第194頁

圖1中梯形模糊數之隸屬函數爲(Liang and Wang, 1991)：

$$\mu_{\tilde{n}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-c}{a-c}, & c \leq x \leq a \\ 1, & a \leq x \leq b \\ \dfrac{x-d}{b-d}, & b \leq x \leq d \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \tag{1}$$

[1]嚴格的說，梯形模糊數應歸爲模糊區間(fuzzy interval)(Zimmermann, 1991)。
[2]三角模糊數的定義最早係由Laarhoven and Pedrycz(1983)提出。

(三)、模糊數之運算與比較

模糊集合之運算基本上是根據擴張原理(extension principle)將一般的數學概念推廣應用到模糊集合的，此原理最早係由Zadeh(1965)提出，並經多次修正，Zimmermann(1991)定義該原理如下：

對$1 \leq i \leq r$，$\tilde{A}_i$爲定義於宇集合X_i的模糊子集，隸屬函數$\mu_{\tilde{A}_i}(x)$，若$f: X_1 \times \cdots \times X_r \to Y$，$y = f(x_1, \cdots, x_r)$，則可依映射$f$擴張定義宇集合$Y$的一個模糊子集$\tilde{B}$爲

$$\tilde{B} = \left\{(y, \mu_{\tilde{B}}(y)) | y = f(x_1, \cdots, x_r), x_i \in X_i, i = 1, \cdots, r\right\}$$

其中，

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \begin{cases} \mathrm{Sup}_{(x_1,\cdots,x_r)\in f^{-1}(y)} \ \mathrm{Min}_{1\leq i\leq r}\{\mu_{\tilde{A}_i}(x_i)\}, & f^{-1}(y) \neq \phi \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

Dubois and Prade(1978)所提出的模糊數本身也是一個模糊集，當然也可運用上述原理進行擴張運算(extended operation)。如在三角模糊數方面，Laarhoven and Pedrycz(1983)依擴張原理導得加法、乘法、倒數、指數、對數的擴張運算式， Liang and Wang(1991)也列出了梯形模糊數的變號、加法、減法、乘法、除法時的擴張運算式。三角模糊數爲梯形模糊數的特例，故在此僅考慮後者，列出其主要運算如下：

變號－： $-(a_1, a_2, a_3, a_4) = (-a_4, -a_3, -a_2, -a_1)$

加法⊕： $(a_1, a_2, a_3, a_4) \oplus (b_1, b_2, b_3, b_4) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, a_4 + b_4)$

減法⊖： $(a_1, a_2, a_3, a_4) \ominus (b_1, b_2, b_3, b_4) = (a_1 - b_4, a_2 - b_3, a_3 - b_2, a_4 - b_1)$

乘法⊙： $c \in R, c \odot (a_1, a_2, a_3, a_4) = (ca_1, ca_2, ca_3, ca_4)$

$$a_1, b_1 \geq 0, (a_1, a_2, a_3, a_4) \odot (b_1, b_2, b_3, b_4) \cong (a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3, a_4b_4)^3$$

平方根： $a_1 \geq 0, (a_1, a_2, a_3, a_4)^{\frac{1}{2}} \cong (a_1^{\frac{1}{2}}, a_2^{\frac{1}{2}}, a_3^{\frac{1}{2}}, a_4^{\frac{1}{2}})$

倒數　： $a_1 > 0, (a_1, a_2, a_3, a_4)^{-1} \cong (a_4^{-1}, a_3^{-1}, a_2^{-1}, a_1^{-1})$

除法$\oslash$： $a_1 \geq 0, b_1 > 0, (a_1, a_2, a_3, a_4) \oslash (b_1, b_2, b_3, b_4)$

$$\cong (a_1/b_4, a_2/b_3, a_3/b_2, a_4/b_1)$$

$$c > 0, (a_1, a_2, a_3, a_4) \oslash c = (a_1/c, a_2/c, a_3/c, a_4/c)$$

關於模糊集合的排序(ranking)或大小比較(comparison)方面的研究很多(如Baldwin and Guild, 1979；Adamo, 1980；Dubois and Prade, 1983；Bortolan and Degani, 1985；Lee and Li, 1988； Gonzalez, 1990；以及張文貴，民71；黃振中，民78)。Lee and Li依模糊事件的機率衡量，在機率分配爲均勻分配、與隸屬函數成比例分配的兩種情形下，比較兩個模糊數的大小，其方法是求兩模糊數的平均值、變異數，以平均值大的數爲大，當平均值相等時則比較變異數，並以變異數小者爲大，而當兩者俱相等時則視爲兩數相等。由於模糊事件的機率分配未知，在不失一般性的情況下，可假設其爲均勻分配[4]，此時模糊數$\tilde{A}$的平均值$m(\tilde{A})$及變異數$s^2(\tilde{A})$之計算式如下：

$$m(\tilde{A}) = \frac{\int_A x\mu_{\tilde{A}}(x)dx}{\int_A \mu_{\tilde{A}}(x)dx} \tag{2}$$

$$s^2(\tilde{A}) = \frac{\int_A x^2\mu_{\tilde{A}}(x)dx}{\int_A \mu_{\tilde{A}}(x)dx} - m^2(\tilde{A}) \tag{3}$$

其中$\int_A$表對R中使$\mu_{\tilde{A}}(x) > 0$之所有x值的積分。

[3]梯形模糊數相乘、平方根、倒數、相除等運算經由擴張原理得到的結果已不再爲梯形模糊數，但隸屬函數的圖形除不具線性外與梯形模糊數極相似，故可取近似的梯形模糊數爲其運算結果。「≅」爲近似相等符號。

[4]亦即假設其$p.d.f.$爲$f(x) = \frac{1}{|\tilde{A}|}$，其中$|\tilde{A}|$表$\mu_{\tilde{A}}(x) > 0$之所有$x$ 值所成集合的大小。

由(1)－(3)式，可求得三角模糊數或梯形模糊數之平均值及變異數並據以比較大小。當$\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3,a_4)$ 且a_i不全等時，其平均值及變異數分別如下：

$$m(\tilde{A}) = \frac{a_1^2+a_2^2+a_1a_2-a_3^2-a_4^2-a_3a_4}{3(a_1+a_2-a_3-a_4)} \tag{4}$$

$$s^2(\tilde{A}) = \frac{a_1^3+a_1^2a_2+a_1a_2^2+a_2^3-a_3^3-a_3^2a_4-a_3a_4^2-a_4^3}{6(a_1+a_2-a_3-a_4)} - m^2(\tilde{A}) \tag{5}$$

二、靜態期間時的多階模糊批量方法

本節將根據Blackburn and Millen(1982a)的KCC法(The Constrained-K Method)修正成本結構，在兼顧物料項目相依關係的情形下，將多階問題拆成個別的單階問題。考慮一有M個階段（或物料項目）的裝配製程，編號從1到M，第1階爲最終產品，且若i爲j的後續階段，則$i<j$；令$s_j>0$及$h_j>0$分別表第j階的每批整備成本及每期單位持有成本，$p(j)$爲j的親件(parent part)集合，$c(j)$表j的子件(child part)集合，第j階的梯列持有成本(echelon holding cost)$e_j=h_j-\sum_{i\in c(j)} h_i$，則KCC法的成本修正公式如下：

$$k_j = \operatorname{Max}\left\{\left(\frac{\hat{s}_j}{s_{p(j)}}\cdot\frac{e_{p(j)}}{\hat{e}_j}\right)^{\frac{1}{2}},\ 1\right\} \tag{6}$$

$$\hat{s}_j = s_j + \sum_{i\in c(j)} \frac{\hat{s}_i}{k_i} \tag{7}$$

$$\hat{e}_j = e_j + \sum_{i\in c(j)} k_i\hat{e}_i \tag{8}$$

依$j=M,\cdots,1$的順序代入(7)，(8)，(6)式，便可解得 $\hat{s}_j,\hat{e}_j(j=1,\cdots,M)$作爲計算$M$個單階批量問題的修正整備成本與持有成本值。

接著我們便要對上述的M階批量問題求解。假設第1階的需求值為梯形模糊數，其餘各階的需求由其親件批量依產品結構決定，除此需求條件外，所有各階項目均滿足前面單階批量模式的第2－13個假設，但整備成本及梯列持有成本皆為正值。此時已知的獨立變數有：

N＝計劃期間長度

s_j＝第j階的每批整備成本，$j = 1, \cdots, M$

h_j＝第j階的每期單位持有成本，$j = 1, \cdots, M$

u^{jk}＝生產1單位第j階須使用的第k階數量，$j < M, k \in c(j)$

$\tilde{d}_i^1$＝第1階的第i期模糊需求，$i = 1, \cdots, N$

這些輸入變數中含有梯形模糊數，故其求解必須用前面介紹的模糊運算與比較，而求得的結果變數亦為梯形模糊數：

$\tilde{x}_i^j$＝第j階的第i期模糊批量，$j = 1, \cdots, M, i = 1, \cdots, N$

$\widetilde{TC}$＝全部M階的N期模糊總成本

基於上述的多階成本修正及模糊運算與比較，可將第貳節中選出的五種單階批量方法WW, ICA, SM, PPA, POQ分別修正為MFWW, MFICA, MFSM, MFPPA, MFPOQ等多階模糊批量方法，其求解流程如圖3，各方法的求解步驟則分述如下。

圖3 見第195頁

(一)、MFWW法

求解步驟如下：

1. 輸入$N, M, s_j, h_j, u^{jk}, \tilde{d}_i^1$之值，$j, k = 1, \cdots, M, i = 1, \cdots, N$。對$j = 1, \cdots, M$，求$e_j = h_j - \sum_{i \in c(j)} h_i$，並將$s_j, e_j$代入(6)－(8)式求$\hat{s}_j, \hat{e}_j$。令$\widetilde{TC} = 0, \tilde{d}_i^j = 0, j = 2, \cdots, M, i = 1, \cdots, N$。
2. $j = 1$。

3. 用FWW法(WW法在模糊需求時的延伸)求第j階的各期批量$\tilde{x}_i^j(i = 1, \cdots, N)$：

(1) $\tilde{C}(N+1) = 0,\ i = N$。

(2) 求$\tilde{C}_{(i)} = \mathrm{Min}_{i \le k \le N}\left[\tilde{C}(k+1) \oplus \tilde{f}_{ik}\right]$，並令對應$\tilde{C}_{(i)}$之最小$k$值為$k_i$，

其中$\tilde{f}_{ik} = \hat{s}_j \oplus \left\{\hat{e}_j \odot \left[\sum_{n=i}^{k}(n-i) \odot \tilde{d}_n^j\right]\right\}$。

(3) 若$i > 1$，令$i = i-1$，回到(2)；否則所求之$\tilde{x}_i^j$為：

$$\tilde{x}_1^j = \sum_{n=1}^{k_1} \tilde{d}_n^j,\ \tilde{x}_2^j = \cdots = \tilde{x}_{k_1}^j = 0$$

$$\tilde{x}_{k_1+1}^j = \sum_{n=k_1+1}^{k_{(k_1+1)}} \tilde{d}_n^j, \tilde{x}_{k_1+2}^j = \cdots = \tilde{x}_{k_{(k_1+1)}}^j = 0$$

$\cdots$，一直繼續到$\tilde{x}_N^j$為止。

4. 求第j階的各期總成本$\widetilde{TC}^j$及其累計和$\widetilde{TC}$：令前步驟求得$\tilde{x}_i^j$中不為0的i值由小到大為$t_1(=1), t_2 \cdots, t_n (\le N)$，則

$$\widetilde{TC}^j = ns_j \oplus \sum_{\ell=1}^{n}\left\{h_j \odot \left[\sum_{r=t_\ell}^{t_{\ell+1}-1}(r - t_\ell) \odot \tilde{d}_r^j\right]\right\};$$

$$\widetilde{TC} = \widetilde{TC} \oplus \widetilde{TC}^j$$

5. 若$j = M$，則輸出$\widetilde{TC}, \tilde{x}_i^j, j = 1, \cdots, M, i = 1, \cdots, N$，並結束求解過程；否則，對所有$k \in c(j), \tilde{d}_i^k = \tilde{d}_i^k \oplus \left(u^{jk} \odot \tilde{x}_i^j\right), j = j+1$，回到步驟3。

(二)、MFICA法

求解步驟同MFWW法，僅其中的步驟3修正為FICA法(ICA法在模糊需求時的延伸)如下：

3. 求第j階的各期批量$\tilde{x}_i^j, i=1,\cdots,N$：

(1) $i=1$

(2) 對$r=i,\cdots,N$，逐步考慮下式是否成立，一直到找到第一個使之不成立的r為止,令$k_i=r-1$；若未找到，則令$k_i=N$：

$$\hat{s}_j \geq [(r-i)\hat{e}_j] \odot \tilde{d}_r^j$$

(3) $\tilde{x}_i^j = \sum_{n=i}^{k_i} \tilde{d}_n^j$ ，$\tilde{x}_{i+1}^j = \cdots = \tilde{x}_{k_i}^j = 0$。若$k_i < N$，則令$i = k_i+1$，回到步驟 (2)；否則到步驟 4 。

(三)、MFSM法

求解步驟與MFICA法大致一樣，除將步驟3修正為FSM法(SM法在模糊需求時的延伸)，且其中的步驟(2)修正如下外，餘皆相同：

(2) 對$r=i,\cdots,N-1$ ，逐步求下式的$\widetilde{AC}_i^j(r)$ 值(i到r期的平均每期成本)並比較大小，一直到找到第一個使$\widetilde{AC}_i^j(r+1) > \widetilde{AC}_i^j(r)$ 的r為止，令 $k_i=r$；若未找到，則令$k_i=N$：

$$\widetilde{AC}_i^j(r) = \left(\hat{s}_j \oplus \left\{\hat{e}_j \odot \left[\sum_{n=i}^{r}(n-i) \odot \tilde{d}_n^j\right]\right\}\right) \oslash (r-i+1)$$

(四)、MFPPA法

求解步驟亦同MFICA ，但須將步驟3修正為FPPA法(PPA法在模糊需求時的延伸)，且其中的步驟(2)修正如下：

(2) 對$r=i,\cdots,N$，逐步求滿足下式的最大r值，令$k_i=r$：

$$\sum_{n=i}^{r}(n-i) \odot \tilde{d}_n^j \leq \hat{s}_j/\hat{e}_j \text{[6]}$$

[6] 由(8)式$\hat{e}_j = e_j + \sum_{i \in c(j)} k_i\hat{e}_i$ ，且由(6)式，$k_i \geq 1$，故$\hat{e}_j \geq e_j > 0$。

(五)、MFPOQ 法

求解步驟同MFWW法，僅其中的步驟3修正爲FPOQ法(POQ法在模糊需求時的延伸)如下：

3. 求第j階的各期批量$\tilde{x}_i^j, i=1,\cdots,N$：

(1) $\tilde{d}^j = \left(\sum_{i=1}^{N} \tilde{d}_i^j\right) \oslash N, \widetilde{EOQ} = \left[(2\hat{s}_j/\hat{e}_j) \odot \tilde{d}^j\right]^{\frac{1}{2}}$, $\tilde{t} = \widetilde{EOQ} \oslash \tilde{d}^j$，$TBO = \mathrm{Max}\left\{\mathrm{Int}[m(\tilde{t})], 1\right\}$ [7]

(2) $i=1, k_i = TBO$。

(3) $\tilde{x}_i^j = \sum_{n=i}^{k_i} \tilde{d}_n^j$, $\tilde{x}_{i+1}^j = \cdots = \tilde{x}_{k_i}^j = 0$。

(4) 若$k_i < N$，令$i = k_i + 1,\ k_i = \mathrm{Min}(k_i + TBO, N)$，回到(3)；否則，到步驟 4 。

三、捲動期間的考慮

前述的五種多階模糊批量方法也可延伸應用到捲動期間時的情形：總生產期間爲T期，每次計劃N期($N < T$)的MPS，且每隔R期重新捲動計劃一次，新的MPS中除原MPS的前$F(\geq R)$期資料凍結不予變更外，其餘各期均由新資料取代。例如，實務中很多MRP系統的 MPS包含最終產品或組件的13週需求量，每隔1週重訂MPS，原MPS除執行第1週外，第2到13週的需求量均可能在第2週所訂的新MPS中加以調整，若考慮一年的總生產期間，每期爲1週，則此時的捲動期間參數爲$T=52, N=13, F=R=1$。

上述捲動期間的情形，如祇考慮每次捲動後的新N期計劃，亦可視爲靜態期間，因此，如果其他條件均滿足前面靜態期間時的假設，則亦可用前述的多階模糊批量方法逐次求解，但其中有兩點必須加以

[7] $\tilde{t}$爲一模糊期間，本研究爲簡化處理以其平均值$m(\tilde{t})$計算訂購期間。

修正。第一，因為第1階（最終產品或組件）的需求及求解過程中經由所得批量衍生的各階需求均受到凍結F期不得變更的限制，因此對前次捲動後N期計劃求解所得的各階批量、需求量，除前R期批量已實際安排生產外，緊接著的$F-R$期資料也應保留（不可改變）作為新的N期計劃中的前$F-R$期的內容。第二，由於新的N期計劃中除前次凍結之部份資料外皆可能改變，各階所保留之$F-R$期批量可能不再剛好是連續數期需求量之和[8]，故會產生庫存，因此在代入單階批量方法進行模糊運算與比較之前，須先求出需求量減去期末庫存後之淨需求，再依淨需求量求解批量；但若前F期的淨需求量皆非正值，則凍結期間內除原定生產批外不必額外生產即可滿足需求，因而可不必求解。

值得注意的是，雖然多階模糊批量方法亦可用於捲動期間，但由於捲動期間中MPS的不穩定性，Blackburn and Millen(1980, 1982b) 在非模糊需求時的研究結果，亦可能存在，亦即不同方法在捲動期間時的績效優劣可能與靜態期間時有很大不同。

肆、數值實例

本節中將分兩階段以 5 階生產存貨系統為例說明前節所提靜態期間多階批量方法之運算。第一階段先考慮 2 種產品結構， 3 種成本結構， 3 種需求資料（$N=12$期）等18個問題，分別以MFWW、MFICA、MFSM、 MFPPA、MFPOQ等五種方法求解；第二階段則增加需求為36組，針對共216個問題分別以前述五種模糊方法及其對應的一般多階批量方法求解，比較模糊方法相對於一般方法之有效性，並分析不同多階模糊批量方法之成本績效。

[8]本研究使用的5種單階批量方法所解得批量皆為連續數期需求量之和。

在第一階段中，兩種產品結構分別爲 Blackburn and Millen(1982a)所用 5 種結構中的第 1 種（序列式）及第 5 種（裝配式），如圖 4 所示，其各階單位用量均假設爲 1；而各階之成本結構及最終產品（第 1 階）的平均需求則採 Silver and Meal(1973)所用 5 種成本結構之第 3、4、5種，及 5 種需求資料中之第2、3、4種，分別如表 1 及表 2。各期的模糊需求$\tilde{d}_i(i = 1,\cdots,12)$則由表 2 之各期平均需求 d_i，依 $\tilde{d}_i = (0.8d_i, 0.95d_i, 1.05d_i, 1.2d_i)$ 而產生，如表 3。表 1 中的未修正成本 s_j, e_j必須依(9)，(10)，(11)式修正，其結果與產品結構有關，如表 4。另外，各階的未修正持有成本h_j可由未修正梯列持有成本 e_j 求出 $(h_j = e_j + \sum_{i \in c(j)} h_i)$，其值與產品結構有關，如表5。

圖4 見第196頁

表1～表5 見第196-198頁

將上述 3 種需求類型(a=1,2,3)， 2 種產品結構(b=1,2)， 3 種成本結構(c=1,2,3)等共18個問題（以(a,b,c)表示）分別以五種多階模糊批量方法求解，所得模糊批量決策對應之12期模糊總成本的平均值$m(\widetilde{TC})$如表 6，其中，問題(1,1,1)之各階批量及對應成本如表 7。

表6、表7 見第198-199頁

Lee et al.(1991)曾比較WW、PPB（簡化的PPB，即本研究的PPA）、SM等 3 種單階批量方法在模糊需求時的成本績效，其所用三種平均需求資料同表2，但將之轉化爲三角模糊數，而三種成本結構資料亦如表 1，祇是其研究對象爲單階問題。其求解結果在 9 個問題中，WW法均爲最佳，PPB法有 6 次爲最佳，SM法有 5 次爲最佳；在平均成本績效方面， PPA法與WW法之差異百分比0.88%，SM法與

WW 法之差異百分比0.92%。由表 6 可看出，本研究中各方法之成本績效以MFWW法最優，MFSM、MFPPA、MFICA 次之，而MFPOQ則最差，此項結果與Lee et al. 之研究恰好一致。

第一階段之結果雖可供多階模糊批量方法間之比較參考，但並不能看出其在解決模糊批量問題上比一般多階批量方法更有效。因此，第二階段將多增加幾組問題，分別用模糊及一般方法求解，除進一步比較五種模糊方法間之優劣外，並可檢驗模糊方法較諸一般方法在模糊批量問題上的有效性。第二階段共有216個問題，其中產品結構及成本結構與第一階段相同，但模糊需求資料增爲36組。模糊需求係由12組確定需求資料產生，除表 2 之 3 組外，並在12期總和固定之情形下，考慮實務中製造環境之需求變動性，依需求起伏度 (lumpiness) 之不同，另外產生 9 組確定需求$\{d_i, i = 1, \cdots, 12\}$，如表 8 。對每一組確定需求，則依$\tilde{d}_{i1} = (0.8d_i, 0.95d_i, 1.05d_i, 1.2d_i)$， $\tilde{d}_{i2} = (0.7d_i, d_i, 1.1d_i, 1.2d_i)$， $\tilde{d}_{i3} = (0.8d_i, 0.9d_i, d_i, 1.3d_i)$ 分別產生 3 組模糊需求。針對此216個模糊批量問題，用模糊方法及一般方法各 5 種分別求解，其中模糊方法乃本研究之 5 種多階模糊批量方法，而一般方法則先以模糊需求之平均值作爲確定需求，將模糊批量問題視爲確定批量問題，亦經由KCC法修正成本結構後，再以對應之WW，ICA，SM，PPA，POQ等方法分別求解各階之確定批量，最後則依所求確定批量之補充期數累加模糊需求爲模糊批量。

表8　見第200頁

第二階段以模糊及一般方法分別得到1080個解，在總平均成本 ($m(\widetilde{TC})$ 的總平均) 方面，模糊方法比一般方法低了24%。兩種方法求解所得成本績效 $(m(\widetilde{TC}))$ 的優劣比較如表 9 。整體而言，在1080個解當中，模糊方法優於一般方法者佔81.1%，可見模糊方法之有效性。個

別而言，兩種產品結構中以裝配式的第II型較佳（均佔90%以上）；成本結構方面則隨著成本結構係數（整備成本／梯列持有成本）變大，模糊方法的有效性亦相對增强；在五種批量方法方面，使用WW法及ICA法時的模糊方法績效均優於一般方法，使用SM法及PPA法時模糊方法之相對有效性亦高達75%對16.7%，僅POQ法之相對有效性稍低(58.3%對38.9%)。另外，由計算過程得知，第1、4、7等三組確定需求所產生的9組模糊需求資料，不論在何種產品或成本結構及採用何種批量方法，模糊方法之成本績效均不比一般方法差，由於這幾組資料之各期需求均不爲0（即需求起伏度爲0），多階模糊批量方法在此類環境下之適用性應値得再深入研究。至於五種模糊批量方法間的成本績效比較則如表10；就績效較佳的次數而言，結果與上述有效性的分析結果一致，MFWW法的成本績效在216個問題中均爲最佳，MFICA法次之，接著則是MFSM，MFPPA，MFPOQ；就216個問題的總平均成本而言，亦以MFWW法最低，其次依序是MFSM，MFICA，MFPPA，MFPOQ。

表9、表10見第201-202頁

伍、結 論

本研究考慮MRP環境中的需求模糊性，將需求以梯形模糊數表示，基於單階批量方法及Blackburn and Millen(1982a)對多階問題的修正成本公式（KCC法）發展出以模糊數運算的五種多階模糊批量方法MFWW、MFICA 、MFSM、MFPPA、MFPOQ。同時，以36種需求類型、2種產品結構、3種成本結構的5階問題爲例進行求解，發現以本研究之多階模糊批量方法求解所得成本在大部份情形均較一

般多階批量方法爲低，特別是以WW，ICA兩種方法爲基本方法時，模糊方法在216問題中的成本均不高於一般方法（僅3個問題成本一樣）。至於五種多階模糊批量方法間之成本績效比較則以MFWW最佳，MFSM、MFPPA、MFICA等三者與MFWW之差異不大，但MF-POQ卻較差，各項方法之優劣性與Lee et al.(1991)在單階問題時對3種方法比較之結果並無太大不同，雖然其需求係以三角模糊數表示，而本研究則以梯形模糊數表示。

應用本研究之多階模糊批量方法有兩點必須考慮，一是需求之模糊化(fuzzification)，一是批量之除模糊化(defuzzification)。前者是求解前對需求模糊性之認定，它多少帶有決策者的主觀意識；而後者則是所得最適模糊解如何實際應用的問題，它除了可採決策者認定的主觀方法外，也可用模糊批量之平均值作爲決策方案，另外仿照隨機變數之模擬方法，產生模糊批量的單一模擬值也是一種方法。這些模糊化及除模糊化之方法均值得加以研究。

以平均值將模糊數除模糊化是一個很直覺的方法，若一開始即將模糊需求以平均值作爲除模糊化後的確定值，則使用一般的多階批量方法即可求解，但模糊批量問題的模糊決策爲一模糊集，其包含範圍較單一確定決策爲廣，故使用一般批量方法解模糊批量問題所得確定決策欲與模糊批量方法所得模糊決策相較，仍須先將確定決策轉化爲模糊決策。雖然模糊決策之績效優劣常以平均值作爲比較基礎，但平均值僅是模糊解產生後爲取得精確決策所採行之一種方案而已；以一般批量方法求解模糊問題時，一開始即以平均值取代模糊值，因而忽略其他可能值，故其解可能較模糊方法差。

本研究比較例舉之216個不同類型問題，發現多階模糊批量方法確實較一般多階批量方法爲優，其中以WW及ICA法的延伸最有效。而在五種多階模糊批量方法中，則以MFWW法之成本績效最佳，但

因問題數仍少，此項結果僅能供參考，有關此五種多階模糊批量方法優劣之比較，仍待未來繼續研究。另外，本研究所提五種方法皆屬啓發式方法，其績效應與最適化方法相較才有意義，因此，最適多階模糊批量方法亦是值得深入探討的主題，這也正是作者目前努力的方向。除了上述靜態期間成本績效的問題外，捲動期間對成本績效的影響，亦有待後續研究。

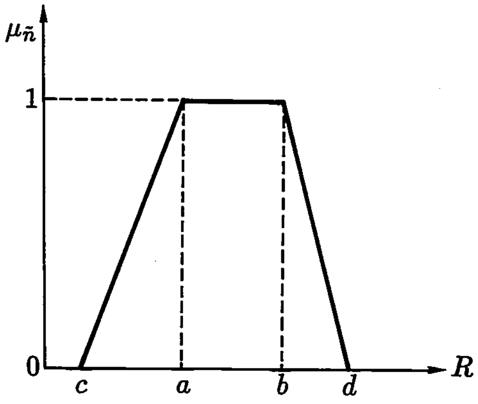


圖1 梯形模糊數$\tilde{n} = (c, a, b, d)$的隸屬函數

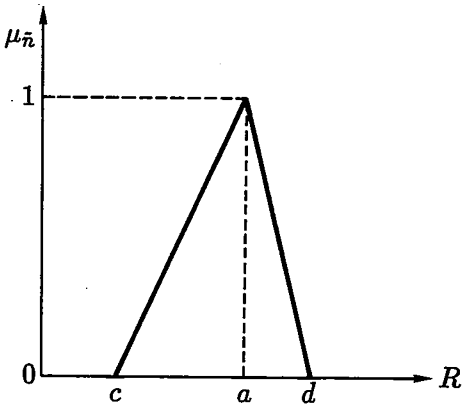


圖2 三角模糊數$\tilde{n} = (c, a, d)$的隸屬函數

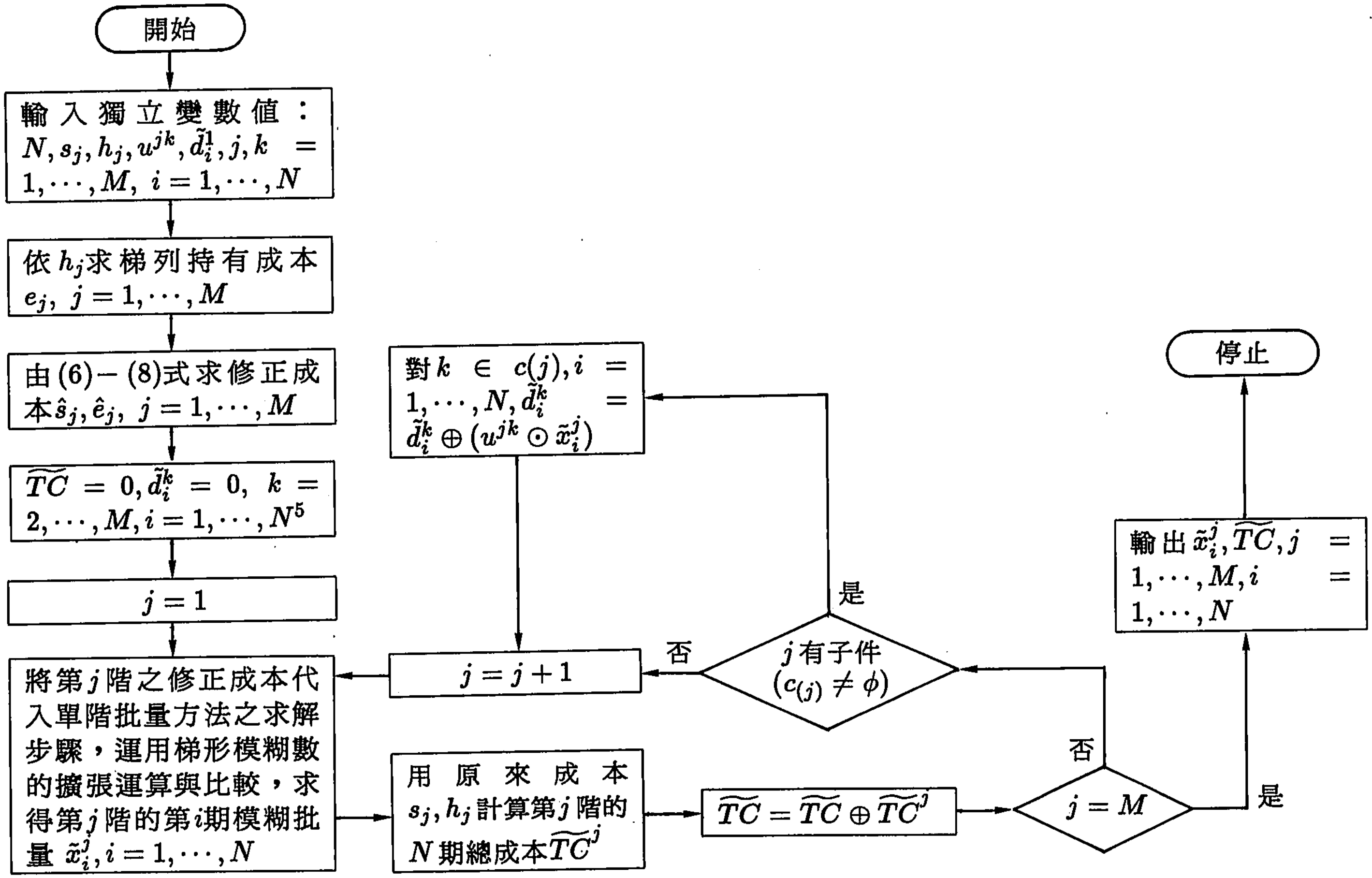
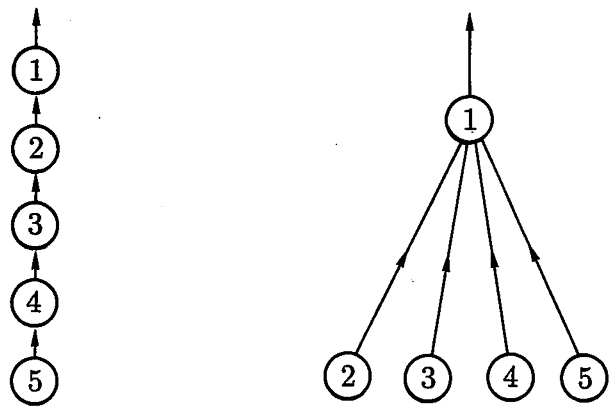


圖3　靜態期間時的多階模糊批量求解流程

[5] 0 亦可視爲模糊數，此時 $\widetilde{TC}$ 、$\tilde{d}_i^k$ 爲梯形模糊數，即 $\widetilde{TC} = (0,0,0,0), \tilde{d}_i^k = (0,0,0,0)$。



(1)序列式　　(2)裝配式

圖4　兩種產品結構

表1　三種成本結構資料（修正前）

	整備成本$s_j(j=1,\cdots,5)$	梯列持有成本$e_j(j=1,\cdots,5)$
1	120	2
2	206	2
3	300	2

表2　最終產品各期平均需求的三種資料
(三種平均需求資料的12期總和皆爲1105)

i (期)	平均需求d_i		
	1	2	3
1	80	50	10
2	100	80	10
3	125	180	15
4	100	80	20
5	50	0	70
6	50	0	180
7	100	180	250
8	125	150	270
9	125	10	230
10	100	100	40
11	50	180	0
12	100	95	10

表3　最終產品各期模糊需求的三種資料

i (期)	模糊需求$\tilde{d}_i$		
	1	2	3
1	$(64,76,84,96)$	$(40,47.5,52.5,60)$	$(8,9.5,10.5,12)$
2	$(80,95,105,120)$	$(64,76,84,96)$	$(8,9.5,10.5,12)$
3	$(100,118.75,131.25,150)$	$(144,171,189,216)$	$(12,14.25,15.75,18)$
4	$(80,95,105,120)$	$(64,76,84,96)$	$(16,19,21,24)$
5	$(40,47.5,52.5,60)$	$(0,0,0,0)$	$(56,66.5,73.5,84)$
6	$(40,47.5,52.5,60)$	$(0,0,0,0)$	$(144,171,189,216)$
7	$(80,95,105,120)$	$(144,171,189,216)$	$(200,237.5,262.5,300)$
8	$(100,118.75,131.25,150)$	$(120,142.5,157.5,180)$	$(216,256.5,283.5,324)$
9	$(100,118.75,131.25,150)$	$(8,9.5,10.5,12)$	$(184,218.5,241.5,276)$
10	$(80,95,105,120)$	$(80,95,105,120)$	$(32,38,42,48)$
11	$(40,47.5,52.5,60)$	$(144,171,189,216)$	$(0,0,0,0)$
12	$(80,95,105,120)$	$(76,90.25,99.75,114)$	$(8,9.5,10.5,12)$

表4 三種修正過的成本資料

	產品結構	修正整備成本 $\hat{s}_j(j=1,\cdots,5)$	修正梯列持有成本 $\hat{e}_j(j=1,\cdots,5)$
1	I	600, 480, 360, 240, 120	10, 8, 6, 4, 2
	II	600, 120, 120, 120, 120	10, 2, 2, 2, 2
2	I	1030, 824, 618, 412, 206	10, 8, 6, 4, 2
	II	1030, 206, 206, 206, 206	10, 2, 2, 2, 2
3	I	1500, 1200, 900, 600, 300	10, 8, 6, 4, 2
	II	1500, 300, 300, 300, 300	10, 2, 2, 2, 2

表5 未修正的持有成本資料（三種成本結構皆同）

產品結構	持有成本$h_j(j=1,\cdots,5)$
I	10, 8, 6, 4, 2
II	10, 2, 2, 2, 2

表6 問題(a,b,c)對應模糊解之總成本平均值
（a=1,2,3，b=1,2，c=1,2,3，依100a+10b+c之大小升序排列）

	(a,b,c)對應之$m(\widetilde{TC})$					
MFWW	7000,	11240,	14750,	7000,	11240,	14750
	5500,	8830,	11650,	5500,	8830,	11650
	5200,	7880,	10700,	5200,	7880,	10700
MFICA	7000,	12180,	15250,	7000,	12180,	15250
	5500,	8830,	11750,	5500,	8830,	11750
	5300,	7880,	10700,	5300,	7880,	10700
MFSM	7000,	12180,	14750,	7000,	12180,	14750
	5500,	8830,	11750,	5500,	8830,	11750
	5300,	7980,	10700,	5300,	7980,	10700
MFPPA	7000,	11710,	14750,	7000,	11710,	14750
	5500,	8830,	12550,	5500,	8830,	12550
	5360,	7880,	10700,	5360,	7880,	10700
MFPOQ	7200,	11930,	14750,	7200,	11930,	14750
	9600,	13290,	17050,	8160,	12054,	15250
	8400,	11480,	14300,	7680,	11480,	14300

表7　問題(1,1,1)對應模糊解之各階批量及成本

	MFWW，MFICA，MFSM，MFPPA	MFPOQ
第1階之各期批量 1	$(64,76,84,96)$	$(64,76,84,96)$
2	$(80,95,105,120)$	$(80,95,105,120)$
3	$(100,118.75,131.25,150)$	$(100,118.75,131.25,150)$
4	$(80,95,105,120)$	$(80,95,105,120)$
5	$(80,95,105,120)$	$(40,47.5,52.5,60)$
6	$(0,0,0,0)$	$(40,47.5,52.5,60)$
7	$(80,95,105,120)$	$(80,95,105,120)$
8	$(100,118.75,131.25,150)$	$(100,118.75,131.25,150)$
9	$(100,118.75,131.25,150)$	$(100,118.75,131.25,150)$
10	$(120,142.58,157.5,180)$	$(80,95,105,120)$
11	$(0,0,0,0)$	$(40,47.5,52.5,60)$
12	$(80,95,105,120)$	$(80,95,105,120)$
第j階之各期批量$(j=2,\cdots,5)$	同　上	同　上
第1階之模糊成本	$(2000,2150,2250,2400)$	$(1440,1440,1440,1440)$
第j階各期模糊成本$(j=2,\cdots,5)$	$(1200,1200,1200,1200)$	同　上
模糊總成本$\widetilde{TC}$	$(6800,6950,7050,7200)$	$(7200,7200,7200,7200)$
模糊總成本平均值$m(\widetilde{TC})$	7000	7200

表8　第二階段增加的 9 組確定需求d_i值
(12期總和仍為1105)

i期	組								
	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	92	0	0	100	10	20	184	0	150
2	92	0	0	50	50	180	184	555	150
3	92	0	300	125	0	10	0	0	0
4	92	0	0	125	95	15	0	0	0
5	92	0	0	100	180	0	0	0	130
6	92	1105	250	100	180	70	184	0	120
7	92	0	0	50	0	10	0	0	0
8	92	0	0	50	80	10	184	550	0
9	92	0	255	100	80	270	184	0	125
10	92	0	0	100	150	230	0	0	130
11	92	0	0	125	100	250	185	0	150
12	92	0	300	80	180	40	0	0	150

表9　多階模糊批量方法與一般多階批量方法之比較

		產品結構 I			產品結構 II			合計
		成本結構1	成本結構2	成本結構3	成本結構1	成本結構2	成本結構3	
模糊方法較優之次數	WW	33	36	36	36	36	36	213[98.6%]
	ICA	33	36	36	36	36	36	213[98.6%]
	SM	18	21	24	33	33	33	162[75.0%]
	PPA	18	21	24	33	33	33	162[75.0%]
	POQ	13	15	24	24	30	30	126[58.3%]
	小計	105(58.3%)	129(71.7%)	144(80.0%)	162(90.0%)	168(92.4%)	168(92.4%)	876(81.1%)
一般方法較優之次數	WW	0	0	0	0	0	0	0[0.0%]
	ICA	0	0	0	0	0	0	0[0.0%]
	SM	9	9	9	3	3	3	36[16.7%]
	PPA	9	9	9	3	3	3	36[16.7%]
	POQ	27	21	12	12	6	6	84[38.9%]
	小計	45(25.0%)	39(21.7%)	30(16.7%)	18(10.0%)	12(7.6%)	12(7.6%)	156(14.4%)
兩種方法相等之次數	WW	3	0	0	0	0	0	3[1.4%]
	ICA	3	0	0	0	0	0	3[1.4%]
	SM	9	6	3	0	0	0	18[8.3%]
	PPA	9	6	3	0	0	0	18[8.3%]
	POQ	6	0	0	0	0	0	6[2.8%]
	小計	30(16.7%)	12(7.6%)	6(3.3%)	0(0.0%)	0(0.0%)	0(0.0%)	48(4.5%)
總計		180(100%)	180(100%)	180(100%)	180(100%)	180(100%)	180(100%)	1080(100%)

(次數表需求問題之個數，(　)內表示各種環境(行)下之次數百分比，[　]內表示各基本方法間之次數百分比)

表10 五種多階模糊批量方法的成本績效比較

	最低成本次數	總平均成本
MFWW	216(1)	7948(1)
MFICA	189(2)	8009(3)
MFSM	186(3)	7987(2)
MFPPA	181(4)	8012(4)
MFPOQ	22(5)	14325(5)

(最低成本次數爲216問題中該方法所得$m(\widetilde{TC})$爲五種方法中最低之次數，總平均成本爲$m(\widetilde{TC})$的總平均值，( )內表示該項績效指標的排名)

參考文獻

1. 黃振中，乏確排序及乏確決策支援應用之研究，淡江大學管理科學研究所未出版博士論文，民78。
2. 張文貴，乏確方案之比序方法及其在決策分析上應用之研究，淡江大學管理科學研究所未出版博士論文，民71。
3. 闕頌廉，應用模糊數學，台北：科技圖書公司，民80。
4. Adamo, J.M. Fuzzy Decision Trees. Fuzzy Sets and Systems. 4. 1980: 207-219.
5. Bahl, H.C., Ritzman, L.P. and Gupta, J.N.D. Determining Lot Sizes and Resource Requirements: A Review. Operations Research. 35(3). 1987: 329-345.
6. Baldwin J.F. and Guild, N.C.F. Comparison of Fuzzy Sets on the Same Decision Space. Fuzzy Sets and Systems, 2. 1979: 213-333.
7. Blackburn, J.D. and Millen,R.A. Heuristic Lot-Sizing Performance in a Rolling Schedule Environment. Decision Science. 11(4). 1980: 691-701.
8. ____ and ____. Improved Heuristics for Multi-Stage Requirements Planning Systems. Management Science. 28(1). 1982a: 44-56.
9. ____ and ____. The Impact of a Rolling Schedule in a Multi-Level MRP Systems. Journal of Operations Management. 2(2). 1982b: 125-135.
10. Bortolan,G. and Degani,R. A Review of Some Methods for Ranking Fuzzy Subsets. Fuzzy Sets and Systems. 15. 1985: 1-19.

11. Callarman, T.E. and Hamrin,R.S. A Comparison of Dynamic Lot Sizing Rules for Use in a Single Stage MRP System with Demand Uncertainty. Int.J. of Operations & Production Management. 4(2). 1983: 39-48.

12. Demattis,J.J. An Economic Lot-Sizing Technique—Part I . The Part-Period Algorithm. IBM Systems Journal. 7(1). 1968: 30-38.

13. Dubois,D. and Prade,H. Operations on Fuzzy Numbers. Int. J. Systems Sci. 9(6). 1978: 613-626.

14. —— and ——. Ranking of Fuzzy Numbers in the Setting of Possibility Theory. Information Science. 30. 1983: 183-224.

15. Freeland,J.R. and Colley,J.L.Jr. A Simple Heuristic Method for Lot Sizing in a Time-Phased Reorder System. Production and Inventory Management. 23(1). 1982: 15-22.

16. Gonzalez,A. A Study of the Ranking Function Approach Through Mean Values. Fuzzy Sets and Systems. 35. 1990: 29-41.

17. Gupta,Y.P. and Keung,Y. A Review of Multi-Stage Lot-Sizing Models. Int. J. of Operations & Production Management. 10(9). 1990: 57-73.

18. —— , —— and Gupta,M.C. Comparative Analysis of Lot-Sizing Models for Multi-Stage Systems: A Simulation Study. Int. J. of Production Research. 30(4). 1992: 695-716.

19. Haddock,J. and Hubicki,D.E. Which Lot-Sizing Techniques Are Used in Material Requirements Planning ? Production and Inventory Management. 30(3). 1989: 53-56.

20. Harris,T.W. Operations and Cost (in Factory Management Series).

Chicago: A.W. Shaw Co., 1915.

21. Hsu,J.I. and El-Najdawi, M.K. Integrating Safety Stock and Lot-Sizing Policies for Multi-Stage Inventory Systems Under Uncertainty. Journal of Business Logistics. 12(2). 1991: 221-238.

22. Kacprzyk,J. and Staniewski,P. Long-Term Inventory Policy-Making Through Fuzzy Decision-Making Models. Fuzzy Sets and Systems. 8. 1982: 117-132.

23. Karwowski,W. and Evans,G.W. Fuzzy Concepts in Production Management Research: A Review. Int. J. of Production Research. 24(1) 1986: 129-147.

24. Krajewski,L.J. and Ritzman,L.P. Operations Management—Strategy and Analysis. Addison-Wesley Publishing Co., 1988.

25. Laarhoven,P.J.M. and Pedrycz,W. A Fuzzy Extension of Satty's Priority Theory. Fuzzy Sets and Systems. 11. 1983: 229-241.

26. Lee,E.S. and Li,R.-J. Comparison of Fuzzy Numbers Based on the Probability Measure of Fuzzy Events. Computers Mathematics with Application. 15(10). 1988: 887-896.

27. Lee,T.S. and Adam,E.E.Jr. Forecasting Error Evaluation in Material Requirements Planning (MRP) Production-Inventory Systems. Management Science. 32(9). 1986: 1186-1205.

28. Lee,Y.Y., Kramer, B.A. and Hwang,C.L. A Comparative Study of Three Lot-sizing Methods for the Case of Fuzzy Demand. Int. J. of Operations & Production Management. 11(7). 1991: 72-80.

29. Liang,G.S. and Wang,M.J. A Fuzzy Multi-Citeria Decision-Making Method for Facility Site Selection. Int. J. of Production Research.

29(11). 1991: 2313-2330.

30. Orlicky,J. Material Requirements Planning. New York: McGraw-Hill Inc., 1975.

31. Ritchie,E. A Review of Lot-Sizing Technique for Deterministic Time-Varying Demand. Production and Inventory Management. 27(3). 1986: 65-79.

32. Silver,E.A. and Meal,H.C. A Heuristic for Selecting Lot Size Quantities for the Case of a Deterministic Time-Varying Demand Rate and Discrete Opportunities for Replenishment. Production and Inventory Management. 14(2). 1973: 64-74.

33. Wagner,H.M. and Whitin,T.M. Dynamic Version of the Economic Lot Size Model. Management Science. 8(1). 1958: 89-96.

34. Wemmerlov,U. Design Factors in MRP Systems: a Limited Survey. Production and Inventory Management. 20(4). 1979: 14-34.

35. ——. The Part-Period Balancing Algorithm and It's Look Ahead-Look Back Feature: a Theoretical and Experimental Analysis of a Single-Stage Lot-Sizing Procedure. Journal of Operations Management. 4(1). 1983: 23-40.

36. Zadeh,L.A. Fuzzy sets. Information and Control. 8. 1965: 338-353.

37. Zimmermann,H.-J. Fuzzy Set Theory and its Application. 2nd ed., Taipei: Maw Chang Co., 1991.

Multi-level Fuzzy Lot-sizing Method —— the Extension of Single-level Method for Multi-level Problems with Fuzzy Demand

Bai Jan-erh　*Yang Ming-hsien*
白健二　楊銘賢

Abstract

Lot-sizing is one of the most important issues in the area of production management. This study applies single-level lot-sizing method to multi-level unconstrained resources (MLUR) lot-sizing problems with fuzzy demand, so as to develop multi-level fuzzy lot-sizing method for MRP systems. This approach is different from previous researches which focus on the conditions of deterministic or stochastic demand, that are inconsistent with the fuzzy environments in practices.

A comparison between the cost performances of fuzzy method and common method is made on 216 problems, which consist of 36 sets of demand, 3 sets of cost, and 2 types of five-level product structure. The results show that fuzzy method is superior to common method. Considering the nature of fuzzy demand in MRP systems, we believe our methodology fits better the practical manufacturing environments.