

跳躍過程與網路股的評價 —模擬準確性的探討

Jump Process and the Valuation of Internet Company —A Study of Simulation Error

杜化宇* 邱志忠**
Anthony H.Tu Jr-Jung Chiou

(Received Oct. 21, 2002 ; First Revised Oct. 22, 2003 ; Accepted Nov. 6, 2003)

摘要: 本文的目的在於將股價跳躍的特性帶入 Schwartz 與 Moon (2000) 的網路企業評價模型中，以滿足網路公司其產業性質的特殊性，以及金融資產存在的價格不連續性問題。使用雅虎與亞馬遜兩家網路公司的資料，我們利用二種模擬誤差指標，Root-mean-square simulation error 與 Theil inequality coefficient，來探討含跳躍過程的模型能否較原來模型更正確的模擬股價變動的過程。我們發現含跳躍過程的模型的模擬誤差確實較原來模型來得小，證實跳躍過程必須使用至評價模型中，方能正確的反映網路企業的價值。

關鍵詞: 企業評價；實質選擇權；模擬誤差；跳躍過程

Abstract: Schwartz and Moon (SM) (2000) applied real options theory and capital budgeting techniques to the problem of valuing an Internet company. We extend their valuation model by including the important concern: jump process. Employing two simulation performance measure: Root-mean-square simulation error and Theil inequality coefficient, we find that the simulation error of model with jump process is significantly less than that of SM model.

Keywords: Corporate Valuation, Real Options, Simulation error, Jump Process

* 國立政治大學財管系教授

Professor, Department of Finance, National Chengchi University

** 國立台灣大學財金系博士生

Ph.D Student, Department of Finance, National Taiwan University

壹、前言

二十世紀末，由於網際網路的盛行，電子商務公司如雨後春筍般的出現，一時網路公司成為投資者討論的熱門話題。然而，網路公司（Internet Companies）由於其企業性質的特殊性，使得傳統財務評價模型在應用上受到相當大的限制。網路公司不同於傳統產業的特性主要有二：首先，網路公司的股價一般在市場上存在跳躍與高波動性的特性，因此跳躍（jump）型態的模型必須使用至評價模型中，方能正確的反應網路企業的價值。其次，網路公司存在外屬性（externalities），用途轉換（switching use）及學習與經驗效果（learning and experience effect）等特性（註¹）。這些特性使得網路企業價值的評估必須依賴所謂實質選擇權的評價方法（註²）。

評價金融資產時，跳躍過程是不可隨意忽略的。Merton（1976）首先提出傳統連續時間下的幾何布朗運動（Geometric Brownian Motion）是無法反映股價不連續過程的現象。Merton 認為金融資產價格波動可分為價格正常波動（Normal Vibrations in Price）與價格不正常波動（Abnormal Vibrations in Price）。造成價格正常波動的因素是供給與需求暫時性的不均衡、經濟環境的改變、……等；而造成價格不正常波動的因素則是對特定公司或產業的消息。基於這樣的理由，Merton 首先提出以跳躍過程（Jump Process）解釋金融資產價格受到公司或產業消息的影響，所導致價格不連續波動的情形。

此外，Neftci（2000）曾提出與 Merton 類似的解釋，他認為金融資產價格波動主要來自正常事件（Normal Events）及稀少事件（Rare Events）的影響。正常事件是造成價格正常波動的因素，而稀少事件是造成價格不正常波動的因素。這些事件的影響可分別用幾何布朗運動及跳躍過程來衡量。

最近，Schwartz 與 Moon（2000）使用實質選擇權的概念與資本預算的技巧，提出一個網路企業的評價模型。然而，他們的模型並未考慮網路公司股價存在跳躍與高波動的特性。本文的目的在於將股價跳躍的特性帶入 Schwartz 與 Moon（2000）的模型中，並且使用雅虎（Yahoo）與亞馬遜（Amazon）的資料來模擬其合理股價。使用二種模擬誤差指標 Root-mean-square simulation error 與 Theil inequality coefficient，我們發現引進跳躍過程的模型要較原來模型能更正確的模擬股價變動的過程。

本文第二節首先回顧實質選擇權的方法應用於企業評價。第三節中，我們建構模型。在第四節，我們使用雅虎與亞馬遜的歷史財務資料來模擬兩個公司的股價變動過程。在第五節中，我們使用二種模擬誤差指標來探討是否引進跳躍過程的模型能較原來模型更正確的模擬股價。本文的結論則出現在第六節中。

註¹ 這些特性的詳細描述，可參考 Desmet and Francis（2000），Harmon（1999）等。

註² 有關這方面的詳細說明可參考 杜化宇與周行一（2001）。

貳、回顧實質選擇權方法應用於企業評價

很多學者或實務專家認同以淨現值法或其他折現現金流量法來評估一資本預算是不恰當的。主要是這些方法不能有效反映管理當局在經營策略上的彈性所產生的價值。此外，傳統的淨現值法隱含一關於期望現金流量假設，即該計畫立即的執行且在預期的期間內持續運作。

在真實市場上，市場隱含著變化、不確定性及交互競爭的特性，因此實現的現金流量會異於管理階層一開始所預期的現金流量。隨著新資訊的產生以及市場的不確定性、未來現金流量越來越明朗後，公司管理者可能會改變經營策略來獲得未來較好的機會或是降低損失。這些策略可能是在計畫進行期間，延遲該計畫、放棄或是修正計畫進行內容。

相對於被動管理下，公司經營者針對未來市場變化來修正未來計畫內容的彈性，增加了投資機會的潛在價值。由於管理者的彈性所導致的不對稱結果稱為“擴充型淨現值法則”，此法則包含兩則，分別為傳統上直接由現金流量折現所得到的淨現值，以及營運與管理彈性的價值。

擴充 (or 策略) NPV = 期望現金流量下的 NPV + 積極管理下所產生的選擇權價值
Expanded (Strategic) NPV = Passive NPV of expected cash flows
+ Value of options from active management

在資本預算分析中，選擇權的方法能夠將管理者主動經營的選擇權價值予以概念化及數量化。很明顯的，這價值是所有內嵌 (embedded) 在資本投資機會的實質選擇權 (買權或賣權) 的價值，其標的物則為期望營運現金流量價值。這些實質選擇權很多都是自然發生，例如：計畫的延遲、放棄等，其餘的則需一些額外的成本來產生，例如：擴充產能、不同用途間的轉換等。

上述這些概念已普遍被應用於經濟與財務領域上 (註³)。首先，如各種投資的評價。例如，天然資源的投資 (Brennan and Schwartz (1985))，海岸石油租賃投資 (Paddock, Siegel and Smith (1988))，技術革新的投資 (Grenadier and Weiss (1997))，不動產投資 (Quigg (1993)，Williams (1991)，Grenadier (1996))。其次，管理上彈性策略的價值。例如，等待投資的價值 (McDonald and Siegel (1986))，財務租賃合約的價值 (Grenadier (1995))，投資遲延的價值 (Majd and Pindyck (1987))。再則，最近的研究將上述“實質選擇權評價法”與賽局理論 (Game Theory) 作結合以更有效率來探討經營策略的應用 (Williams (1993)，Grenadier (1996, 2002))。最近，Schwartz 與 Moon (2000) 應用實質選擇權的方法來評估網際網路企業的價值。Kellogg 與 Charnes (2000) 則應用實質選擇權的評價方法來探討生物科技產業的價

註³ 更完整詳盡的內容，可參考 Dixit and Pindyck (1994) 與 Trigeorgis (1996)。

值。市場上普遍發現到許多生物科技公司縱使產品仍在研發階段而無營業收入，仍存在正的股票價值。

近幾年來，國內有關實質選擇權應用的研究也為數不少（註⁴）。但是使用實質選擇於企業評價上的文獻則相當有限，較具代表性的應為林家帆等（民 90）。此文以 Schwartz 和 Moon（2000）所推導出的連續時間下的實質選擇權模型來評估台灣 IC 設計產業龍頭—威盛電子。作者以研究對象 2000 年底為止之財務報告資訊估計參數，發現由蒙地卡羅模擬法求出實質選擇權法模型股價為 346.54 元，由 2001 年第一季股價驗證，發現與實際股價相當接近。作者也由敏感度分析發現，影響威盛股價的四個關鍵參數，包括成本佔收入之比率、賺取超額報酬之期間、企業終值和收入成長率隨機過程之回復平均速度。但作者在考慮高科技產業快速變化的特性時，其模型並無法對公司及產業面的特殊事件，如威盛和 Intel 的訴訟，加入考慮，這部份對公司所造成的影響是相當大的，必需將這些因素加以考量，如此才能有一合理的評價。

參、模型建構

首先，考慮一網際網路新事業（start-up firm）其營業收入（ R_t ）。在 Schwartz and Moon（2000）文章中假設營業收入符合滿足幾何布朗運動，如式子（1）所示：

$$\frac{dR_t}{R_t} = \mu_t dt + \sigma_t dz_1 \quad (1)$$

其中 μ_t : 時間 t 營業收入成長率
 σ_t : 時間 t 營業收入成長率的波動度
 dz_1 : 布朗運動

式子（1）是假設公司營業收入波動是一連續過程，若公司營業收入不為連續過程該如何處理呢？對於這問題，最早是由 Merton（1976）所提出。Merton 認為金融資產價格波動可分為價格正常波動（Normal Vibrations in Price）與價格不正常波動（Abnormal Vibrations in Price）。造成價格正常波動的因素是供給與需求暫時性的不均衡、經濟環境的改變、.....等；而造成價格不正常波動的因素則是對特定公司或產業的消息。基於這樣的理由，Merton 首先提出以跳躍過程（Jump Process）解釋金融資產價格受到公司或產業消息的影響，所導致價格不連續波動的情形。

此外，Neftci（2000）曾提出與 Merton 類似的解釋，他認為金融資產價格波動主要來自正常事件（Normal Events）及稀少事件（Rare Events）的影響。正常事件是造成價格正常波動的因素，而稀少事件是造成價格不正常波動的因素。這些事件的影響

註⁴ 較具代表性的研究有徐守德與黃玉娟（民 87），張大成與賴景昌（民 89），顏錫銘與吳明政（民 90），陳勝源等（民 90），張傳章與鍾炫城（民 90），林家帆等（民 90）。

可分別用幾何布朗運動及跳躍過程來衡量。

因此，觀察式子 (1) 可以發現在 Schwartz 與 Moon (2000) 的模型中，公司的營業收入僅受到正常事件的影響；至於一些稀少事件對營業收入造成的影響，則不在上式考慮範圍之內。為彌補這樣的缺憾，本文加入對稀少事件的考量。

在衡量稀少事件所造成的影響時，必須對式子 (1) 作一修正。在此，我們加入一跳躍過程來說明當公司的營業收入受到公司或產業特殊消息（如新技術的研發成功，新產品的推出等）影響時，營收發生不連續的現象。針對此跳躍過程，Neftci 提出以卜瓦松過程 (Poisson Process) 來捕捉這現象。因此，加入跳躍過程的隨機微分方程式如下所示：

假設 1：公司營業收入受稀少事件影響時，跳躍幅度為：

$$R_{t^+} = (1 + J_i)R_{t^-} \quad (2)$$

式子 (2) 表示營業收入發生不連續的波動時，變動幅度與 R_t 有關。換句話說，當 R_t 值越大時，變動的幅度也越大。將式子 (2) 加到式子 (1)，整理之後可得到下式 (3)。

假設 2：公司營業收入可由下式所描述：

$$\frac{dR_t}{R_t} = \mu_t dt + \sigma_t dz_t + d\left(\sum_{i=1}^{N(t)} (J_i - 1)\right) \quad (3)$$

其中 μ_t : 時間 t 營業收入成長率
 σ_t : 時間 t 營業收入成長率的波動度
 dz_t : 布朗運動
 J_i : 第 i 次跳躍的幅度
 $N(t)$: 卜瓦松過程

在式子 (3) 中， $N(t)$ 與 dJ_t 這兩項必須特別說明，因為 $N(t)$ 與 J_t 這兩項正是本文所要強調的重點。關於 $N(t)$ 與 J_t 的分配如下說明：

假設 3： $N(t)$ 表示在時間 $0 \sim t$ 內，稀少事件發生的次數，滿足下式：

$$N(x, t) \sim e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} \quad x = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

假設 4： $\{J_t\}$ 為一系列獨立且同型態的隨機變數，且 $(\ln J_t)$ 為一非對稱 (asymmetric) 雙指數分配，其機率密度函數如下所示：

$$\begin{aligned} f_{J_t}(y) &= p\eta_1 e^{-\eta_1 y} \Big|_{\{y \geq 0\}} + q\eta_2 e^{\eta_2 y} \Big|_{\{y < 0\}} \\ \eta_1 &> 1, \quad \eta_2 > 0 \\ p + q &= 1 \end{aligned} \quad (5)$$

式子 (5) 中， η_1 與 η_2 代表公司營業收入發生跳躍時所服從的分配參數 (註⁵)。這樣設定的理由在於考慮網際網路公司，當公司有新技術、新產品..等利多消息出現時，公司的營業收入會增加，由式子 (5) 的右邊第一項所代表。此外，若公司有重大利空消息出現時，公司營業收入會立即大幅衰減，此時係由右邊第二項所代表。因此，公司有重大利多、利空消息出現時，所服從的分配是一個不對稱的機率分配。換句話說，式子 (5) 可改寫成下式：

$$\ln J_t = \begin{cases} \xi_1 & \text{機率為 } p \\ -\xi_2 & \text{機率為 } q \end{cases} \quad (6)$$

其中， ξ_1 與 ξ_2 分別為參數 $\frac{1}{\eta_1}$ 、 $\frac{1}{\eta_2}$ 的指數分配。在設定完跳躍過程後，接下來回到式子 (3) 的隨機微分方程式， μ_t 代表公司營業收入的成長率。考慮企業生命週期，當公司處於發展期時，營業收入呈現高度成長性，隨著企業的發展，營業收入會慢慢收斂至一穩定成長率。換句話說，營業收入成長率會回復到一穩定成長率 (即有平均數回復的現象)。相同的，對於營業收入成長率波動度 σ_t 而言，在公司成長階段營業收入成長率波動度相當大，隨著企業進入穩定期，營業收入成長率波動度會逐漸縮小，亦即具有回復現象。

假設 5: 營業收入成長率 μ_t 與營業收入成長率波動度 σ_t 具有平均數回復的現象。

$$d\mu_t = \kappa(\bar{\mu} - \mu_t)dt + \zeta_t dz_2 \quad (7)$$

$$d\sigma_t = \kappa_1(\bar{\sigma} - \sigma_t)dt \quad (8)$$

$$d\zeta_t = -\kappa_2\zeta_t dt \quad (9)$$

- 其中
- μ_t : 時間 t 營業收入成長率
 - σ_t : 時間 t 營業收入成長率的波動度
 - dz_2 : 布朗運動
 - $\bar{\mu}$: 長期穩定下營業收入成長率
 - $\bar{\sigma}$: 長期穩定下營業收入成長率的波動度
 - κ : 營業收入成長率回復參數
 - ζ_t : 未預期到收入成長率變動
 - κ_1 : 營業收入成長率波動度回復參數
 - κ_2 : 長期營業收入成長率的波動度

由假設 5 中，網路公司長期穩定下，營業收入成長率收斂至 $\bar{\mu}$ ，而營業收入成長率的波動度收斂至 $\bar{\sigma}$ 。此外，未預期到的營業收入成長率 η_t 收斂至 0。這樣的假設是

註⁵ 詳細說明請參照 Kou (2002)。

相當合理的，因為就企業循環觀念來說，一新創事業成立初期的營收成長率相當的大，隨著企業進入成熟期、穩定期之後，企業本身的成長空間會變小，因此企業的成長會趨近一穩定成長率。換句話說，企業不可能長期下仍保有高度的成長性，亦即企業在經歷成長期的高度發展之後，成長會趨緩下來。

接下來在計算公司現金流量之前，必須先估計網路公司的成本支出。在此將成本簡單的區分為兩大部分：一為銷管費用、另一為其他費用。其中銷管費用部分與企業的營業活動有相當大的關係，因此假設銷管費用與營業收入成一比例關係。另外，公司其他費用部分又區分為變動成本與固定成本，變動部分與營業收入成一比例關係。

假設 6：公司成本分為銷管費用及其他費用

$$\begin{aligned} Cost_t &= \text{銷管費用} + \text{其他費用} \\ &= \alpha R_t + (F + \beta R_t) \end{aligned} \quad (10)$$

$$= (\alpha + \beta)R_t + F \quad (11)$$

其中 α ：銷管費用佔營業收入的比率
 β ：其他費用中，變動費用部分佔營業收入的比率
 F ：其他費用中，固定費用部分

在成本估計後，公司稅後的現金流量 Y_t 可由下式計算：

$$Y_t = \begin{cases} (R_t - Cost_t)(1 - \tau_c) & \text{當 } R_t - Cost_t \geq 0 \\ (R_t - Cost_t) & \text{當 } R_t - Cost_t < 0 \end{cases} \quad (12)$$

其中 τ_c ：公司稅率

到目前為止，尚未考慮網際網路公司因資金週轉不靈而發生倒閉的情形。這問題相當的困難，原因在於當網路公司資金週轉不靈時，若及時有外部資金的挹注，則公司不必然就會倒閉。然而外部資金的挹注取決於公司未來的成長性，這部分很難用代理變數來衡量。因此，本文依循 Schwartz 與 Moon (2002) 的作法以一相當簡化的方式來衡量公司倒閉的情況。考慮公司的可動用資金帳戶 X_t ，與公司稅後的現金流量 Y_t 的關係如下：

假設 7：可動用資金帳戶 X_t 與公司稅後的現金流量 Y_t 關係為

$$dX_t = Y_t dt \quad (13)$$

假設 7 中定義了可動用資金帳戶與現金流量的關係。如同 Schwartz 與 Moon (2000)，在本文中對倒閉的簡單定義為當可動用資金帳戶 X_t 為零時，公司就宣告倒閉。

3.1 公司價值計算

延續模型建構推論，公司價值等於未來公司可動用資金帳戶 X_t 的折現值。然而在計算公司價值時，遇到兩個問題：一為折現率，另一為公司營運期間。首先針對第一個問題，在選擇權評價理論，大部分著作都曾定義過風險中立測度 (Risk-neutral

measure)。藉由測度的轉換，將機率測度轉換到風險中立測度下（Q 測度下），即可用無風險利率作為折現率，來求出企業的價值，如下式所示：

$$V_0 = E_Q(X_T e^{-rT} + V_T e^{-rT}) \quad (14)$$

式子 (13) 存在另一問題，這問題就是公司營運期間的假設。在上式中，公司價值是未來 0~T 營運期間，公司可動用資金帳戶 X_t 的折現值，同時假設公司在未來 T 時點時清算。此外，為降低公司價值受到折現期間設定的影響，假設清算當時公司價值 V_T 為 EBITDA 的倍數（註⁶）。在此設定下，公司價值與折現期間兩者相關係數會降低。

3.2 決定流通在外股數

在計算公司股票價格之前，必須先瞭解公司流通在外的股數。在利用前節所求出的公司價值後，將公司價值除以流通在外股數即可求出公司的股價。然而，公司可能發行一些可轉換公司債、股票選擇權...等等的權益證券，使得在計算流通在外股數出現難題。此問題就如同美式選擇權一樣，無法求出一封閉解，因此只能求出一近似解。我們擬採用 Longstaff 與 Schwartz (2001) 的方法。

在這兩位學者的文章中，他們提出以模擬及最小平方法，決定理性投資人的最適提前執行決策。這整個過程可分為兩部分，首先先利用模擬技巧模擬股價波動，再利用最小平方法由後往前推導，求出執行時點。詳細舉例說明列在附錄中。

3.3 離散時間模型

在本文模型建構裡，我們已發展了連續時間下的跳躍模型。然而，在進行蒙地卡羅模擬前，先將連續時間模型轉化為離散時間模型。不存在跳躍項的情形下，離散時間模型如下：

$$R_{t+\Delta t} = R_t e^{\{[\mu_t - \lambda_1 \sigma_t - (\sigma_t^2 / 2)]\Delta t + \sigma_t \sqrt{\Delta t} \varepsilon_t\}} \quad (15)$$

$$\mu_{t+\Delta t} = e^{-\kappa \Delta t} \mu_t + (1 - e^{-\kappa \Delta t}) \left(\bar{\mu} - \frac{\lambda_2 \eta_t}{\kappa} \right) + \sqrt{\frac{1 - e^{-2\kappa \Delta t}}{2\kappa}} \eta_t \sqrt{\Delta t} \varepsilon_2 \quad (16)$$

$$\sigma_t = \sigma_0 e^{-\kappa_1 t} + \bar{\sigma} (1 - e^{-\kappa_1 t}) \quad (17)$$

$$\eta_t = \eta_0 e^{-\kappa_2 t} \quad (18)$$

上述為跳躍過程不存在下的離散時間模型，雖然本文所建構的模型（存在跳躍過程）在大部分時間與式子 (15) ~ (18) 都相同（跳躍不發生下），但實際上存在著差異性。因此，必須特別注意當存在跳躍過程時，離散時間模型與上述式子 (15) ~ (18) 的差異。

關於跳躍過程的討論，Merton (1976) 首先提出存在跳躍過程下，股票價格的比值，亦即股價的波動方程式。文章中提到當股票價格報酬率為不連續下（存在跳躍過

註⁶ 本模型假設為 10 倍。此假設可參考 Caughon (2002)，第 566 頁。

程)，股票波動過程可由下式描述：

$$\frac{dS_t}{S_t} = (\mu - \lambda k)dt + \sigma dz_1 + dQ \quad (19)$$

若 μ 、 λ 、 k 與 σ 均為常數下，則式子 (19) 的解與式 (20) 的解存在一關係。

$$\frac{dS_t}{S_t} = (\mu - \lambda k)dt + \sigma dz_1 \quad (20)$$

若式子 (20) 的解為 $S_t = S_0 e^{[(\mu - \sigma^2 / 2 - \lambda k)t + \sigma Z(t)]}$ ，則式子 (19) 的解為

$$S_t = S_0 \{ e^{[(\mu - \sigma^2 / 2 - \lambda k)t + \sigma Z(t)]} \} Q(t), \text{ 其中 } Q(t) = \prod_{i=0}^{i=t} Q(i)。$$

根據上述的討論，只要式子 (3) 中， μ_t 與 σ_t 為常數的時間區間下，跳躍過程下的離散模型可改寫成下列式子：

$$R_{t+\Delta t} = R_t \{ e^{[(\mu_t - \lambda_1 \sigma_t - (\sigma_t^2 / 2))\Delta t + \sigma_t \sqrt{\Delta t} \varepsilon_t]} \} J_{t+\Delta t} \quad (21)$$

上述式子 (21) 是加入跳躍過程下，所得到的離散時間模型，與式子 (15) 最主要的差異在於，式子 (21) 多了一項相乘項 ($J_{t+\Delta t}$)。

3.4 蒙地卡羅模擬 (Monte Carlo Simulation)

在本文中，我們採用蒙地卡羅模擬方法求出網際網路公司價值。在模擬網際網路公司的營業收入變動時，必須先產生以下三種不同分配的隨機變數，分別為：雙指數分配、卜瓦松分配及常態分配。關於這些隨機變數的產生，必須先產生一均勻分配的亂數，再將這些均勻分配的亂數轉換成各種分配的亂數。以下詳細說明上述三種隨機變數的產生方法。

步驟 1：隨機亂數產生。

利用 congruential generators 產生一系列近似均勻分配的亂數。(註⁷)

步驟 2：檢定步驟 1 所產生的亂數是否為均勻分配。

可利用 K-S 適合度檢定、卡方適合度檢定... 等等。

步驟 3：Inverse Transform Method。

利用 Inverse Transform Method 將步驟 1 產生的亂數轉換成各種分配的隨機亂數。

在明瞭隨機變數產生方法後，由式子 (21) 即可模擬出網際網路公司的營業收入。其他關於模擬所需的設定，則留待實證結果分析時再作說明。在模擬過程中，為增加模擬的效率性，電腦程式中亦利用 antithetic variates 方法，來提升模擬過程的效率性。

註⁷ congruential generators 定義為： $X_i = (aX_{i-1} + C) \bmod M$ 。

肆、蒙地卡羅模擬分析

本文使用類似 Schwartz 與 Moon (2000) 有關實質選擇權以及資本預算的分析架構，以蒙地卡羅模擬法來評估網際網路公司的價值。首先以全球知名的網際網路公司雅虎 (Yahoo) 為例來作說明，其次再將此評價模式應用到網路書店亞馬遜 (Amazon)，來探討新評價方法的準確性。

4.1 目標公司背景

雅虎與亞馬遜兩家網路公司是屬於不同經營型態的網際網路公司 (註⁸)，兩者的差異相當大，前者屬入口網站，而後者則屬於網路書店。也因此，在實證模擬中，參數值有很大的差異。

雅虎公司從成立至今，為提供多元化的服務，期間共併購了 19 間公司，如表 1 所示：

表 1 雅虎併購公司一覽表

公司名稱	宣佈時間	公司名稱	宣佈時間
Net Controls	09/1997	Encompass	5/1999
Four11	10/1997	Online Anywhere	6/1999
Classic Games	3/1998	Broadcast.com	7/1999
ViaWeb	6/1998	MyQuest	11/1999
WebCal	7/1998	Arthas.com	3/2000
Yoyodyne	12/1998	Egroups	8/2000
Sportacy	12/1998	Kimo	11/2000
Hyperparallel	1/1999	Sold.com	4/2001
Log-Me-On	2/1999	Launch Media	6/2001
GeoCities	5/1999		

雅虎公司每季營收資料如表 2 所示。發現在 2000 年第四季之前，該公司營業收入呈現指數成長的趨勢，然而在 2001 年第一季之後營業收入大幅減少，降幅最高達到 40%。

表 2 Yahoo 營運狀況 (1996Q4~2001Q4) 單位：美元

年度	營業收入 (千元)	年度	營業收入 (千元)
1996Q1	1,733	1999Q1	103,960
1996Q2	3,274	1999Q2	128,815
1996Q3	5,515	1999Q3	155,863
1996Q4	8,551	1999Q4	203,148

註⁸ 有關雅虎與亞馬遜兩家企業的介紹，可上雅虎網站 (www.yahoo.com) 與亞馬遜網站 (www.amazon.com) 瞭解。本文僅針對與評價有關的內容作說明。

1997Q1	10,731	2000Q1	230,807
1997Q2	14,432	2000Q2	272,950
1997Q3	18,703	2000Q3	295,548
1997Q4	26,584	2000Q4	310,873
1998Q1	30,596	2001Q1	180,215
1998Q2	41,688	2001Q2	182,165
1998Q3	54,576	2001Q3	166,131
1998Q4	76,410	2001Q4	188,911

將上表之營業收入繪成圖，如圖 1 所示：

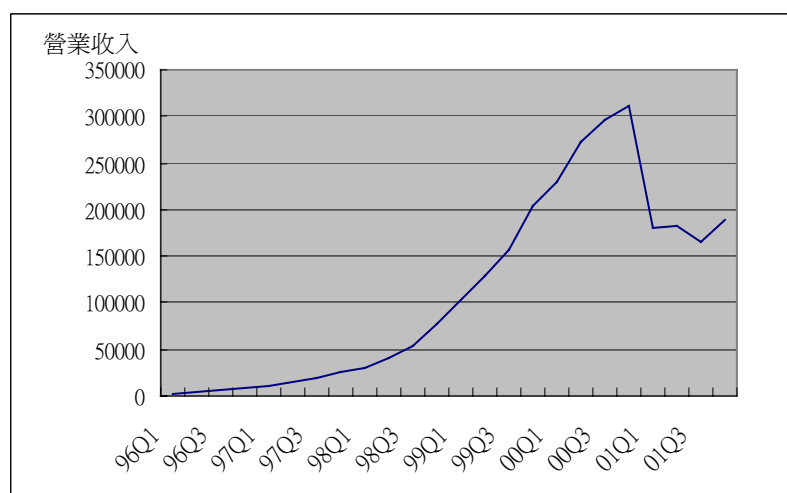


圖 1 雅虎營業收入圖

此外，雅虎公司於 1996 年 4 月進行首次公開，在美國 NASDAQ 以 "YAOO" 掛牌交易。初次發行價格為每股 13 元美金，而當日收盤價為每股 33 元美金。雅虎公司股票上市至今，共進行過 4 次股票分割，時間分別為 1997、1998、1999 及 2000 年。其中，除 1997 年分割比率為 3：2 外，其餘三次均為 2：1 分割比率。

表 3 雅虎公司股票分割表

股票分割日期	分割比率
1997.3.2	3：2
1998.8.3	2：1
1999.2.8	2：1
2000.2.14	2：1

考慮股票分割效果後，公司股價（月資料）走勢圖如下。我們發現，經過調整後的股價在 1999 年 12 月達到最高價位後，便一路下滑。

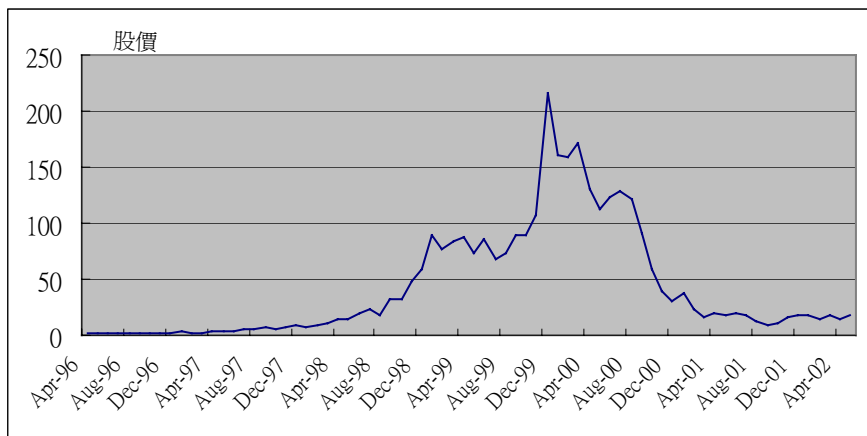


圖 2 雅虎公司調整後的股價走勢圖

亞瑪遜書店輝煌一時的崛起在目前看起來像是當代傳說，它已是據稱擁有 160 餘國 1300 萬顧客之最大網路圖書、音樂、錄影帶銷售商。表 4 是亞瑪遜 1997 年第一季~2001 年第四季期間，各季的營業收入的金額。2001 年除第四季外，均呈現負成長，與雅虎非常的類似。

表 4 亞馬遜公司營業收入表 (1997Q1~2001Q4) 單位：美元

年度	營業收入 (千元)	年度	營業收入 (千元)
1997Q1	16,005	1999Q3	355,777
1997Q2	27,855	1999Q4	676,042
1997Q3	37,887	2000Q1	573,889
1997Q4	66,040	2000Q2	577,876
1998Q1	87,361	2000Q3	637,858
1998Q2	115,982	2000Q4	972,360
1998Q3	153,648	2001Q1	700,356
1998Q4	252,828	2001Q2	667,625
1999Q1	293,643	2001Q3	639,281
1999Q2	314,377	2001Q4	1115,171

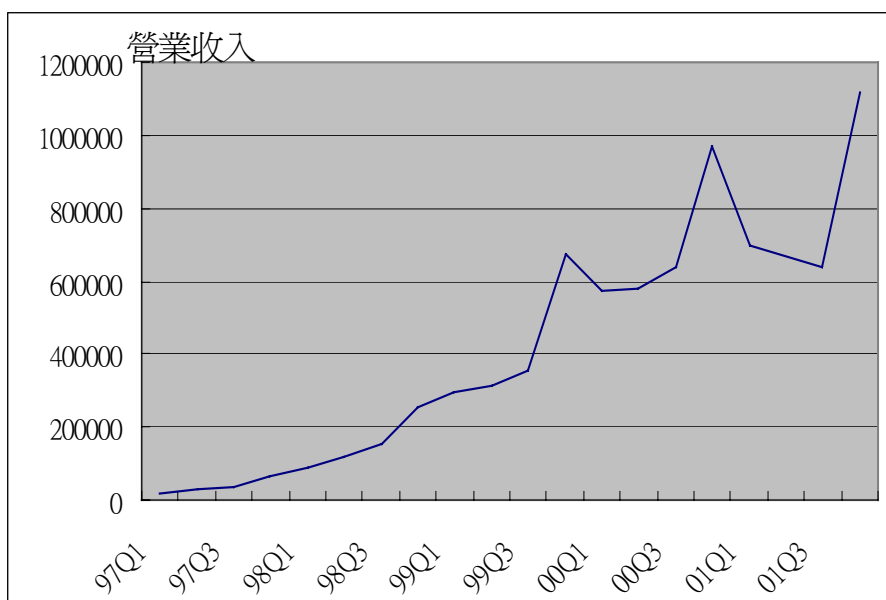


圖 3 亞馬遜公司營業收入圖

亞馬遜書店於 1997 年 5 月進行首次公開發行，在美國 NASDAQ 以"AMZN"掛牌交易，初次發行價格為每股 18 元美金，而當日收盤價為每股 33 元美金。如表 5 所示，亞馬遜書店股票上市以後，共進行過 3 次股票分割，時間分別為 1998、1999 年。其中，除 1999 年 1 月 5 日分割比率為 3：1 外，其餘二次均為 2：1 分割比率。

表 5 亞馬遜公司股票分割表

股票分割日期	分割比率
1998.6.2	2：1
1999.1.5	3：1
1999.9.2	2：1

考慮股票分割效果後，公司股價（月資料）走勢圖如圖 4。我們發現，經過調整後的股價在 1999 年 3 月達到最高價位後，稍作回跌後，股價又上漲，直到 1999 年 11 月再度達到股價高點後，之後便一路下滑。

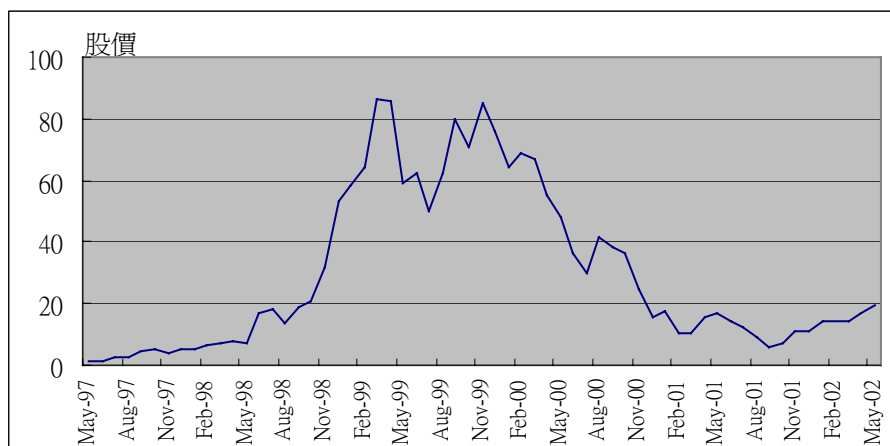


圖 4 亞馬遜公司調整後股價圖

4.2 參數估計

在進行蒙地卡羅模擬之前，需先估計參數值，在文章中需估計的參數超過 20 個，有些參數很容易觀察，有些則必須由每季的會計資料中估計得到。但必須瞭解的是，某些參數估計的誤差對整個評價結果具有相當大的影響性，因此在估計上不能不謹慎。表 6 摘錄了模擬過程中，所需事前估計的參數。

表 6 模擬參數表

參數	含 意
R_0	: 初始時間下，營業收入
X_0	: 初始時間下，可動用資金帳戶金額
μ_0	: 初始時間下，預期營業收入成長率
σ_0	: 初始時間下，預期營業收入成長率的波動度
ζ_0	: 未預期到收入成長率變動
$\bar{\mu}$: 長期穩定下營業收入成長率
$\bar{\sigma}$: 長期穩定下營業收入成長率的波動度
τ_c	: 公司稅率
r	: 無風險利率
κ	: 營業收入成長率回復參數
κ_1	: 營業收入成長率波動度回復參數
κ_2	: 長期營業收入成長率的波動度回復參數
α	: COGS 佔營業收入比率
F	: 其他費用中，固定費用部分
β	: 其他費用中，變動費用部分

λ_1	: 營業收入波動的市場風險價值
λ_2	: 預期營收成長率的市場風險價值
T	: 估計期間
Δt	: 離散模型下, 時間切割期間
λ	: 跳躍過程發生頻率
p	: 跳躍過程發生下, 營業收入增加的機率
q	: 跳躍過程發生下, 營業收入減少的機率
η_1	: 跳躍過程發生下, 營業收入增加的幅度期望值
η_2	: 跳躍過程發生下, 營業收入減少的幅度期望值

由表 6 的歸納, 除了一些可由財務報表直接觀察得到以外, 其餘需要估計的參數相當的多。然而, 估計方法相當多樣, 因而所估計出的參數值也不盡相同, 導致模擬出的股價會有差異。因此, 針對需要估計的參數, 建議的估計方法列於表 7 中。

表 7 參數估計方法整理表

參數	建議估計方式
$\bar{\mu}$: 由相同產業中, 以穩定公司成長率為依據
$\bar{\sigma}$: 由相同產業中, 以穩定公司成長率的波動度為依據
τ_c	: 公司稅率
r	: 以政府公債殖利率為依據
κ	: 以營業收入成長率回復至 $\bar{\mu}$ 所需時間的 1/2 為依據
κ_1	: 以營收成長率波動度回復至 $\bar{\sigma}$ 所需時間的 1/2 為依據
κ_2	: 以營收成長率的波動度回復至 0 所需時間的 1/2 為依據
α	: 分析師的預測
F	: 分析師的預測
β	: 分析師的預測
λ_1	: $\text{Corr} \left(\frac{dR}{R}, R_{agg\ wealth} * \sigma_{agg\ wealth} \right)$
λ_2	: $\text{Corr} \left(\frac{d\mu}{\mu}, R_{agg\ wealth} * \sigma_{agg\ wealth} \right)$
T	: 以公司發展成為一般公司所需的期間
Δt	: 依據所取得的資料為依據
λ	: 以該產業、公司發生重大事件次數作估計
p	: 以該產業、公司發生重大利多事件次數作估計
q	: 以該產業、公司發生重大利空事件次數作估計
η_1	: 發生重大利多事件時, 營收變動的平均值作估計
η_2	: 發生重大利空事件時, 營收變動的平均值作估計

r	0.013 (每季)	0.013 (每季)
κ	0.07 (每季)	0.07 (每季)
κ_1	0.02 (每季)	0.02 (每季)
κ_2	0.02 (每季)	0.02 (每季)
α	0.65	0.65
F	80 (每季)	80 (每季)
β	0.19	0.19
λ_1	0.1	0.1
λ_2	0.1	0.1
T	25	25
Δt	1 (每季)	1 (每季)
λ	0.3 (每季)	0.3 (每季)
p	0.8	0.9
q	0.2	0.1
η_1	1.6	1.8
η_2	0.58	0.8

說明： R_0 、 σ_t 、 μ_0 、 σ_0 、 ζ_0 由財務報表所擷取，其餘參數估計值由表7建議方法來估計。

伍、蒙地卡羅模擬準確性比較

爲了確定本文所發展的模型確實比 Schwartz 及 Moon (2000) 的模型能更正確評估網路公司股價，此節針對二者的模擬誤差作一比較。

我們採用 root-mean-square simulation error (rms error) 及 Theil inequality coefficient (Theil U) 作爲判斷模型優劣的依據 (註⁹)。其定義分別如下：

$$\text{rms error} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (P_t^s - P_t^a)^2} \quad (22)$$

$$\text{rms percent error} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\frac{P_t^s - P_t^a}{P_t^a} \right)^2} \quad (23)$$

$$\text{Theil U} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (P_t^s - P_t^a)^2}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (P_t^s)^2 + \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (P_t^a)^2}} \quad (24)$$

其中 N : 模擬樣本數

註⁹ 這二種方法的詳細說明可參考 Pindyck and Rubinfeld (1998)。

P_t^s : 模擬股價

P_t^a : 實際股價

上述三個值，一般愈小代表模擬誤差愈小。首先，我們以 Yahoo 公司為例，說明本文所發展的評價模式比 Schwartz 及 Moon (2000) 的模型更能正確的預測網路公司股價。這裡所採用的模擬期間起點是 1999 年第 4 季，依據 4.2 與 4.3 兩節的說明來模擬 1999 年第 4 季的股價。同樣的作法往回推模擬 5 個 (季) 股價。再將模擬股價與實際股價作比較，計算出上述三個績效值 (22)，(23) 與 (24)。由表 9 可輕易的看出，不論在 rms error、rms percent error 或 Theil U 值方面，本文所發展的評價模式的誤差均比 Schwartz 與 Moon (2000) 模型來的小。類似的結果亦可在 Amazon 的例子中發現。

表 9 rms error、rms percent error 及 Theil U 值

	本文模型	Schwartz 與 Moon 模型
rms error	50,746	96,897
rms percent error	0.25	0.44
Theil U	0.11	0.21

陸、結論與建議

本文探討高科技網際網路公司的評價，研究方法係採用實質選擇權作為評價工具。先前 Schwartz 及 Moon (2000) 以公司營業收入符合幾何布朗運動為出發點，逐步推演出公司價值。本篇文章則額外考慮模型中存在一跳躍過程。此外，更考慮公司所發行的股票選擇權..等其他權益證券的履約時機，以確定計算流通在外的股數。在這樣的設定下，所估算的公司價值應會更合理。

相較於 Schwartz 及 Moon (2000) 的模型，我們認為評價模型在加入跳躍過程後，能減少評價的誤差。我們使用雅虎與亞馬遜二個公司股票資料，並利用 Root-mean-square 與 Theil inequality coefficient 的方法。我們發現加入跳躍過程的模型的確能更正確的模擬股價變動的過程。

參考文獻

- 杜化宇與周行一，(2001)，「台灣產業推動電子商務之整合研究：電子商務企業評價與投資策略—實質選擇權方法的應用」，國科會專題研究計劃。
- 林家帆，陳威光與郭維裕，(民 91)，「高科技產業股票之評價—實質選擇權評價法」，管理評論，第 21 卷第 3 期，頁 97-113。
- 張傳章、鍾炫城與林秋發，(民 90)，「同時考慮 R&D 與市場需求不確定下之高科技產業投資方案評估分析」，管理學報，第 18 卷第 4 期，頁 589-616。
- 顏錫銘與吳明政，(民 90)，「創業投資公司投資案價值的評估—採用多重實質選擇權評價法」，科技管理學刊，第 6 卷第 1 期，頁 103-130。
- 陳勝源，杜化宇，周麗娟與黃塏群，(民 90)，「我國上市公司退休金保險費率，提撥率與勞退基金運用之探討—選擇權定價公式之運用」，管理評論，第 20 卷第 2 期，頁 113-133。
- 張大成、賴景昌與陳伯蒼，(民 89)，「BOT 放棄價值的評估—以台灣高速鐵路為例」，管理學報，第 17 卷第 3 期，頁 441-460。
- 徐守德與黃玉娟，(民 87)，「投資計畫評估—選擇權評價理論之應用」，管理評論，第 17 卷第 3 期，頁 1-25。
- Caughan, Patrick A.(2002), *Mergers,Acquisitions,and Corporate Restructurings*, 3rd ed .Wiley.
- Desmet, Driek and Tracy Francis, (2000), "Valuing dot-coms", *Mckinsey Quarterly*, 148-157
- Harmon, Steve (1999), "The metrics for evaluating internet companies", *Molex Research Report*
- Kou, S. G. (2002), "A jump diffusion model for option pricing", Working paper, Columbia University
- Longstaff, F. A., E. S. Schwartz, (2001), "Valuing American options by simulation: a simple least-squares approach", *The Review of Financial Studies* 14, No. 1. 113-147
- Merton, R.C. (1976), "Option pricing when underlying stock returns are discontinuous", *Journal of Financial Economics* 3, 125-144.
- Neftci, Salih N. (2000) *An introduction to the mathematics of financial derivatives*, Academic Press.
- Pindyck R. S., D.L. Rubinfeld, (1998), *Econometric models and economic forecasts*, 4th ed. McGraw Hill
- Schwartz, Eduardo S. and Mark Moon, (2000), "Rational Pricing of Internet Companies ",

- Financial Analyst Journal, 56, May/June, 62-75
- Grenadier, S. R. (2002), "Option Exercise Games : An Application to the Equilibrium Investment Strategies of Firms", *Review of Financial Studies*, 15, 691-721
- Grenadier, S. R. (1996), "The Strategic Exercise of Options : Development Cascades and Overbuilding in Real Estate Markets", *Journal of Finance* 51, 1653-1679
- Grenadier, S. R. (1995), "Valuing Lease Contract : A Real-Option Approach", *Journal of Financial Economics* 38, 297-331.
- Grenadier, S. R. and A. M. Weiss (1997), "Investment in Technological Innovations : An Option Pricing Approach", *Journal of Financial Economics* 44, 397-416
- Williams, J. T. (1991), "Real Estate Development as an Option", *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 4, 191-208.
- Williams, J. T. (1993), "Equilibrium and Options on Real Assets", *Review of Financial Studies* 6, 825-850
- McDonald, R. and D. Siegel, (1986), "The Value of Waiting to Invest", *Quarterly Journal of Economics* 101, 707-727
- Brennan, M. J. and E. Schwartz (1985), "Evaluating Nature Resource Investments", *Journal of Business* 58, 135-157.
- Kellogg, D. and J. M. Charnes (2000), "Real-Options Valuation for a Biotechnology Company", *Financial Analyst Journal*, 56, May/June, 76-84.
- Quigg, L. (1993), "Empirical Tests of Real-Option Pricing Models", *Journal of Finance* 48, 621-640
- Majd, S. and R. S. Pindyck (1987), "Time to Build, Option Value, and Investment Decisions", *Journal of Financial Economics* 18, 7-27
- Paddock, J. L., D. R. Siegel and J. L. Smith (1988), "Option Valuation of Claims on Real Assets : The Case of Offshore Petroleum Leases", *Quarterly Journal of Economics* 102, 479-508
- Dixit, A. K. and R. S. Pindyck (1994), *Investment Under Uncertainty*, Princeton University Press, Princeton, NJ.
- Trigeorgis, L. (1996), *Real Options*, MIT Press, Cambridge, MA.

附 錄

以下以一簡單的例子來說明 Longstaff 與 Schwartz (2001) 兩位學者所提出的方法。假設美式 put 選擇權執行價為 1.10，無風險利率 6%，可執行時點為 1、2、3，如下圖說明。為簡化說明，僅有 8 條價格路徑。如表 A1 所述：

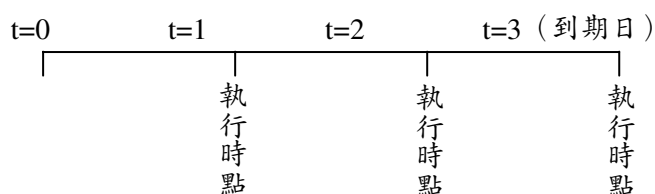


表 A1 股價波動之模擬

模擬股價波動				
路徑	t=0	t=1	t=2	t=3
1	1.00	1.09	1.08	1.34
2	1.00	1.16	1.26	1.54
3	1.00	1.22	1.07	1.03
4	1.00	0.93	0.97	0.92
5	1.00	1.11	1.56	1.52
6	1.00	0.76	0.77	0.90
7	1.00	0.92	0.84	1.01
8	1.00	0.88	1.22	1.34

得到表 A1 的股價波動後，假設選擇權為提早執行下，計算選擇權在到期時 (t=3) 的價值，如表 A2：

表 A2 選擇權價值

選擇權價值			
路徑	t=1	t=2	t=3
1			0
2			0
3			0.07
4			0.18
5			0
6			0.2
7			0.09
8			0

首先考慮在 t=2 時點下，若選擇權價值為正，則將表 A2 中 t=3 時點下，相對應

的選擇權價值折現到 $t=2$ 時點，得到表 A3 中的 Y ，同時將選擇權價值為正的路徑其股票價格記為 X 。如表 A3 所示：

表 A3 迴歸式

迴歸式 ($t=2$)		
路徑	Y	X
1	$0*0.94176$	1.08
2		
3	$0.07*0.94176$	1.07
4	$0.18*0.94176$	0.97
5		
6	$0.2*0.94176$	0.77
7	$0.09*0.94176$	0.84
8		

由表 A3 資料，作一簡單的多元迴歸，其中解釋變數為 X 及 X^2 ，被解釋變數為 Y 。得到一迴歸式： $E[Y|X] = -1.07 + 2.983X - 1.813X^2$ 。這迴歸式表示，在時間 $t=2$ 時，可以用來預測下一執行時點的選擇權價值。因此，可以估計出繼續持有選擇權而不執行的價值，在與立即執行所獲得的利潤作一比較，當立即執行所獲得的利潤大於繼續持有的價值時，則理性投資者會立即執行以獲得最大利潤。下表是時間 $t=2$ 下，繼續持有選擇權與立即執行選擇權的價值的比較。

表 A4 選擇權價值 ($t=2$)

選擇權價值 ($t=2$)		
路徑	立即執行	繼續持有
1	0.02	0.0369
2		
3	0.03	0.461
4	0.13	0.1176
5		
6	0.33	0.152
7	0.26	0.1565
8		

由表 A4，清楚的看出投資人會立即執行的情況發生在路徑 4、6、7。到目前為止，時點 2、3 下選擇權價值均可求出，整理成表 A5：

表 A5 選擇權價值

選擇權價值			
路徑	t=1	t=2	t=3
1		0	0
2		0	0
3		0	0.07
4		0.13	0
5		0	0
6		0.33	0
7		0.26	0
8		0	0

應用相同的方法，在 t=1 時點的迴歸式如下：

表 A6 迴歸式 (t=1)

迴歸式 (t=1)		
路徑	Y	X
1	0*0.94176	1.09
2		
3		
4	0.13*0.94176	0.93
5		
6	0.33*0.94176	0.76
7	0.26*0.94176	0.92
8	0*0.94176	0.88

由表 A6 的數據，可求得一迴歸式： $E[Y|X]=2.038-30335X+1.356X^2$ 。將表 A6 的 X 值代入迴歸式求得繼續持有選擇權的價值。其結果列在表 A7：

表 A7 選擇權價值 (t=1)

選擇權價值 (t=1)		
路徑	立即執行	繼續持有
1	0.01	0.0139
2		
3		
4	0.17	0.1092
5		
6	0.34	0.2866
7	0.18	0.1175
8	0.22	0.1533

由表 A7，比較立即執行與繼續持有選擇權的價值，當立即執行的價值大於繼續持有的價值時，投資人會立即執行。因此，路徑 4、6、7、8 會立即執行選擇權。表 A8 為選擇權在各時點下的價值：

表 A8 選擇權價值

選擇權價值			
路徑	t=1	t=2	t=3
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0.07
4	0.17	0	0
5	0	0	0
6	0.34	0	0
7	0.18	0	0
8	0.22	0	0

表 A8 中，不為零的數字代表理性投資人會在該時點執行選擇權。換句話說，上表也說明了選擇權的存續期間。因此，選擇權的價值為各路徑最適執行時點下的價值折現至 t=0 時點，再予以算術平均。

上述係運用該方法於評價美式選擇權，若要應用在本文中計算在流通在外股數方面，則必須作一修正。修正原因主要是計算股價時，是由將公司價值除上流通在外股數，因此並不需將流通在外股數折現至 t=0 時點。利用上述例子作一說明，考慮上表中各最適的執行時點，若選擇權被執行，則以 1 代表。表 A9 清楚的列出各路徑的最適執行時點，在 t=1 時點下，公司流通在外股數 ($N_{t=1}$) 可分為兩部分：一為前期 (t=0 期) 流通在外股數 ($N_{t=0}$)，另一為在 t=1 時點投資人轉換的股數 ($\Delta N_{t=1}$)，以數學式子表示為： $N_{t=1} = N_{t=0} + \Delta N_{t=1}$ 。在這裡要估計的部分是 $\Delta N_{t=1}$ 部分。以下表作一說明，如何求出 $\Delta N_{t=1}$ 。首先，先確認在 t=1 時點下，哪些路徑會提早執行。若發生提早執行，則假設投資人會轉換手中所有的持有部位。在此情況下，t=1 時點共有路徑 4、6、7、8 發生轉換 (路徑 1、2、3、5 不轉換)，則 $\Delta N_{t=1} = 4 * (\text{轉換股數}) / 8$ 。因此， $N_{t=1} = N_{t=0} + 4 * (\text{轉換股數}) / 8$ 即為 t=1 時點下公司可能的流通在外股數的總數。如此，公司股價 ($S_{t=1}$) 等於 t=1 時點下公司價值 ($V_{t=1}$) 除上當期公司流通在外股數 ($N_{t=1}$)，以數學式子表示為：

$$S_{t=1} = V_{t=1} / N_{t=1} = V_{t=1} / (N_{t=0} + \Delta N_{t=1})$$

表 A9 停止時點

停止時點 (Stop time)			
路徑	t=1	t=2	t=3
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	1
4	1	0	0
5	0	0	0
6	1	0	0
7	1	0	0
8	1	0	0

