需求不確定性對單期季節性商品完全資訊期望價值之影響

李智明 *

摘　要

如何精確地預測並滿足顧客需求，向來為企業首要之工作。本文主要探討單期季節性商品的決策者，應如何訂定需求預測的合理投資金額，及市場規模和需求不確定性對此金額之影響。我們發現需求預測投資具有一上限，此上限金額代表需求預測所能產生之最大可能利益(完全資訊期望價值)。此外，當市場規模適中(不過大或過小)，或市場環境變動愈大(需求愈不穩定)時，因作出有效決策困難度提高，故需求預測十分重要。

關鍵詞：季節性商品、需求預測、完全資訊期望價值、需求不確定性

* 東吳大學企業管理學系副教授

壹、緒論

所謂單期季節性商品，通常指其生產或需求量集中發生在一年中某一段期間，且未售出商品無法儲存遞延至下次需求期間者。單期季節性商品普遍存在於日常生活中。例如：報紙、雜誌、季節性農產品、飛機及戲院之訂位及特殊節慶商品(如聖誕樹)等。甚至生命週期極短的流行性商品，如遊戲軟體及某些消費性電子產品，都可視為單期季節性商品。

因為單期季節性商品具有無法儲存之特性，若產量不足或過剩，所造成之損失會比一般商品之損失來得大，故需求預測對生產或銷售單期季節性商品之公司甚為重要。再者，若需求預測與實際需求有重大偏離時，即使有效的執行生產計劃，公司仍可能遭受到重大的損失。一般而言，需求預測的精確度和投資在預測上的人力及金錢習習相關。因此，一個適量的預算應被分配在需求預測上，以維持公司的正常營運。然而，在企業實際經營上，需求預測往往被視為不具生產力之工作。企業不但在做需求預測時，漫無規章或過於草率，甚至在需求預測上所提列的預算也十分不足。

本文特針對單期季節性商品發展出一個簡易模型，希望此模型之分析結果，可成為決策者訂定合理需求預測預算之參考。最後，本文並進一步探討市場規模及需求不確定性對此預算之影響。

貳、文獻探討

一、預測方法

Georgoff與Murdick(1986)將預測方法分為定性法(qualitative methods)和定量法(quantitative methods)兩種。定性法通常為計量資料缺乏時使用，故參酌較多預測人員之主觀意見，較適合於長期預測。常用之定性法有：銷售人員預測合成法(Sale-

Force Composite)、專家意見法(Jury of Executive Opinion)、德爾菲法(Delphi Technique)等。相對地，在定量法中，由於計量資料被大量地使用，故其預測結果較客觀，但較適合於短期預測。常用之定量法有：消費者市場研究(Consumer Market Survey)、計量經濟模型(Econometric Models)、迴歸分析(Regression Analysis)、指數平滑法(Exponential Smoothing)、時間序列分析(Time Series Analysis)等。

企業如何從眾多預測方法中，評估出一個適合本身需要的方法？Bowerman 與 O'connell(1993)認為評估預測方法，一般須考慮下列因素：(1)所需預測之形式(點估計值或區間估計)，(2)預測期間(長期或短期)，(3)資料之型態(趨勢性、循環性或季節性)，(4)投資在預測上之成本(模式研發、分析及操作成本)，(5)預測所需之精確度(可接受最大可能誤差)，(6)資料是否存在(容易取得)，(7)預測模式是否容易被使用者操作及瞭解。而 Lo(1994)進一步提出以專家系統來幫助決策者選擇出適合需要之預測方法。

一般而言，成本及精確度為企業選擇預測方法之主要考慮因素。然而在目前管理及預測之文獻中，缺乏相關研究。此正為本文所欲解決之問題。

二、季節性商品之需求預測

在此方面文獻中，大多數作者只探討季節性商品決策者之訂購策略、生產策略、訂價策略及行銷策略，未涉及需求預測投資預算之訂定。

在訂價策略上，Feng 與 Gallego(1995)探討具固定壽命之季節性商品的訂價策略，假設需求是售價之函數並且是隨機的，他們發現當商品剩餘壽命低於某門檻值時，決策者應降價求售，給予折扣。而此門檻值跟未售出商品之數量有關。在單期季節性商品中，Khouja(1995)發現，一般而言，多重折扣訂價策略優於單一折扣訂價策略。Pfeifer(1989)針對航空公司兩時段式訂位系統加以研究，即對前時段訂位乘客採優惠訂價，對後時段訂位乘客採不予折扣訂價。他發現兩時段訂價策略適用於乘客對價格敏感度隨時間消逝而遞減之情況，且兩時段訂價策略之應用和兩時段乘客需求量密切相關。

在訂購策略上，典型的報童問題(newsboy problem)即探討單期季節性商品的訂購策略。Lau 與 Lau(1988)假設報童問題中，決策者有兩次訂購機會，一次在期初另一次在期中。他們發現當商品利潤邊際不是很高時，兩次訂購機會優於單一訂購機會。Petrovic, Petrovic,與 Vujosevic(1996)則將模糊理論應用於報童問題，在其模型中考慮模糊需求、模糊商譽損失、模糊存貨處理成本，並找出應有訂購策略。而 Lau 與 Lau(1996)針對多種資源限制及多種商品之報童問題，提出一個有效的求解方法。

在行銷策略上，Gerchak 與 Parlar(1987)在報童問題中，加入行銷成本，假設行銷成本可影響顧客需求。並針對不同需求函數，提出求解方法。

三、需求不確定性

需求不確定性對系統之影響，及如何降低需求不確定性，一直是實務界及學術界之研究課題。

首先，在二階層配銷系統中(2-echelon distribution systems)，Mantrala 與 Raman(1999)發現若供應商和零售商間有買回契約(buyback contract)，則供應商降低批發價或提高買回價，都可刺激零售商訂購更多商品。但需求不確定性增加，卻可減緩此效果。而 Chen et al.(2000)發現需求資訊集中化，可降低因需求不確定性所引起之牛鞭效果(bullwhip effect)。此外，在多種產品情況下，Weng(1999)提出模組化產品(modular product)觀念，此模組化產品可當其他產品之替代品或緩衝存貨(buffer stock)，並可降低各零售商出現缺貨機率。

在 MRP 及 MPS 系統中，Wemmerlov(1987)經由模擬結果發現，預測誤差不僅影響各批量訂購方法之績效，並可導致缺貨及存貨過多之現象。Johansen(1999)進一步發現當需求不確定性低時，利用滾動式期間(rolling horizon)的動態規劃(dynamic programming)所求批量，可使 MRP 系統產生較佳績效。而當需求不確定性高時，(s, S)系統可產生較佳績效。Bourland 與 Yano(1994)發現以閒置時間所代表之預備產能(capacity slack)，在生產排程上，不是降低需求不確定性的有效方法。在存貨管理方面，Chan, Kingsman 與 Wong(1999)將各預測值加權平均，從實證結果發現，此加權平均之預測能力優於個別預測值。

參、研究方法與模型推導

一、研究方法

本研究首先發展出一個單期季節性商品的生產系統模型，藉由模型之推導，探討企業如何制定需求預測之合理投資策略。最後，經由模型之敏感度分析，研究需求不確定性對此投資金額之影響。

二、模式設計及推導

考慮一個生產單期季節性商品的週期性生產系統。例如：某消費性 IC 晶片之製造公司，由於其產品生產週期極短，故可視成單期季節性商品。假定此系統操作如下：

在每期之期初，系統之決策者必須根據需求量之相關資訊來決定當期生產量。假若生產量大於需求量，則剩餘的產品，因季節性關係，都會被進一步地處理掉(低價求售、丟棄或其他方式處理)；即系統在每期皆無存貨。但若生產量小於需求量，未滿足需求之消費者將轉向其他生產者購買，即無積欠訂單(no backorder)情形，且下次可能不再向該公司購買，造成生產者商譽損失。此外，我們並考慮系統的前置成本(setup cost)，但不考慮系統的維護(maintenance)。

令 X 為隨機變數，代表每一期的顧客需求量。在每期之期初，X 的真正結果 x 是未知的，而決策者可運用任何的方法去預測 x。接著，我們考慮以下兩個極端的情況來找出需求預測的價值。

(一)最佳資訊情況：假設決策者具有需求量之完全資訊(perfect information)

在此情況下，決策者能完全預知當期的需求量，故 x 可事前預知。令 Y 為當期的生產量。定義階梯函數：$H(Y)=1$，若 $Y>0$；$H(Y)=0$，若 $Y\leq 0$。本系統決策者的目標是找出在總利潤最大下的最適生產量。而總利潤等於銷貨收入減掉花費在前

置作業、生產、存貨處理及商譽損失上的成本。故具完全資訊的廠商其利潤 TP_{wt} 如下：

$$\max_{Y\geq 0} TP_{wt} = p\min\{Y,x\} - [c_s H(Y) + c_u Y + c_d \max\{Y-x,0\} + c_l \max\{x-Y,0\}] \quad (1)$$

上式中，p、c_s、c_u、c_d及 c_l分別代表產品單位售價、生產前置成本、單位生產成本、單位存貨處理成本和單位商譽損失成本。注意，當單位存貨處理成本爲正時，表示處理未售出產品要花費成本；當 c_d 爲負時，表示處理未售出產品可產生淨收益。

令 Y^*_{wt}爲(1)式定義下的最適生產量，則在完全資訊情況下，因決策者能完全預知當期的需求量 x，故生產量可設定爲當期的需求量 x(此時無存貨處理成本和商譽損失成本發生)，或者不生產(因生產前置成本過高)。即 Y^*_{wt}等於 x 或 0。由(1)式，得知相對於生產量爲 x 或 0 的利潤如下：

$$TP_{wt}(Y=0) = -c_l x$$

$$TP_{wt}(Y=x) = (p - c_u)x - c_s \quad (2)$$

由(2)式，最適生產量 Y^*_{wt}可由以下公式求出：

$$Y^*_{wt} = \begin{cases} x, -c_l x < (p-c_u)x - c_s \\ 0, \qquad \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

另外定義 x^*爲需求量之門檻值(the threshold quantity of demand)，其具有下列特性：若 $x \leq x^*$，$Y^*_{wt} = 0$；其他，$Y^*_{wt} = x$。即在完全資訊下，若真正需求量 x 小於或等於此門檻值，決策者會將生產量定爲 0，此時總利潤等於商譽損失(生產前置成本過高，寧可忍受商譽損失)；反之，若真正需求量 x 大於此門檻值 x^*，決策者會將生產量定爲 x，此時利潤可能爲正數或負數，即使爲負數也必大於商譽損失。進一步地，由(3)可得：

$$x^* = \frac{c_s}{p + c_l - c_u} \quad (4)$$

推論一：$x^* \geq 0$。

證明：在合理情況下，產品單位售價必大於單位生產成本，因此上式(4)中，其分母必須大於 0，故 x^*需求量之門檻值必大於或等於 0。

回想 x 是 X 的結果(實際觀察值)，而 X 是每一期的需求量(隨機變數)。若定義 $h(x)$爲 X 的機率密度函數，則 X 的機率可視成需求量之前期資訊(prior information)，並可由過去的記錄而求得。本文假設 X 爲常態分配 $N(\theta, \tau^2)$，理由是依據中央極限定理，再者於模型推導過程中，可得到較簡潔之數學公式。進一步地，假設需求量爲負數的可能性可以忽略(當 $3\tau << \theta$時，需求量爲負數的機率極小)。在完全訊息情況下(決策者雖能完全預知當期的需求量，但無法影響其機率)，廠商期望總利潤如下：

$$E(TP_{wt}(Y_{wt}^*)) = \int_0^{x^*} -c_l x h(x)dx + \int_{x^*}^{\infty} \{(p-c_u)x - c_s\} h(x)dx \tag{5}$$

(二)最差資訊情況：假設決策者無需求預測(no demand forecasting)

在此情況下，決策者因爲不作需求預測，所以無可利用之預測值，而僅能參考前期需求量分配。令 $E(TP_{w/o})$是無需求預測廠商的期望最佳總利潤，則

$$\max_{Y \geq 0} E(TP_{w/o}(Y)) = p[\int_0^Y xh(x)dx + \int_Y^{\infty} Yh(x)dx]$$

$$-[c_s H(Y) + c_u Y + c_d \int_0^Y (Y-x)h(x)dx + c_l \int_Y^{\infty} (x-Y)h(x)dx] \tag{6}$$

上式中，若忽略生產前置成本，(6)則類似於典型的「報童問題」。

推論二：當生產量 $Y > 0$ 時，無需求預測廠商的期望最佳總利潤是 Y 之凹面向下函數，具有極大值。

證明：令 Φ表示標準常態變數之累積機率分配(cdf)，且 Φ^{-1} 表示 Φ之逆函數(inverse function)。從(6)式，對 Y 求一階及二階導數(使用 Leibnitz's theorem，在本文中將不定時引用此定理)：

$$\frac{dE(TP_{w/o})}{dY} = (p + c_l - c_u) - (p + c_l + c_d)\int_0^Y h(x)dx$$

$$\frac{d^2 E(TP_{w/o})}{dY^2} = -(p + c_l + c_d)h(Y) < 0$$

令一階導數為 0 再經簡化，則不考慮生產前置成本的最適生產量 Y_1 如下：

$$Y_1 = \max\{\theta + \tau\, \Phi^{-1}(\frac{p + c_l - c_u}{p + c_l + c_d}), 0\} \tag{7}$$

因 Φ^{-1} 之定義域為[0, 1]，故售價和各成本因素間有特殊關係存在。

推論三：$0 \leq \dfrac{p + c_l - c_u}{p + c_l + c_d} \leq 1$

證明：首先在合理情況下，單位售價必大於或等於單位生產成本，因此上式中，其分子必大於或等於 0。此外，當 c_d 為正時，分母明顯地必大於 0。而當 c_d 為負時，表示處理未售出產品可產生淨收益，然而此淨收益必須小於單位售價，如此分母必大於 0；否則系統將生產無限數量的產品，等待期末去處理，而非去銷售。綜合以上，上式必大於或等於 0。再者當 c_d 為正時，上式中分子必小於等於分母。而當 c_d 為負時，表示有處理淨收益產生，此淨收益必須小於單位生產成本；否則系統同樣地將生產無限數量的產品，因為即使賣不完，期末也可靠淨收益回收生產成本。綜合以上，上式必小於或等於 1。

接著，當生產前置成本及 $Y = 0$ 之不連續點被考慮時，(6)式中定義之最適生產量如下：

$$Y^*_{w/o} = \arg\{\max\{E(TP_{w/o}(0)), E(TP_{w/o}(Y_1))\}\} \tag{8}$$

其中 arg 表示在 $E(TP_{w/o})$最大下找尋最適生產量 $Y^*_{w/o}$，而 $E(TP(Y^*_{w/o}))$是無需求預測廠商的最佳期望總利潤。

推論四：$E(TP_{wt}(Y^*_{wt})) \geq E(TP_{w/o}(Y^*_{w/o}))$，即具完全訊息廠商之利潤大於或等於無需求預測廠商之利潤。

證明：當真正需求量為 m 時(即 $x = m$，$m > 0$，m 為常數)，令 $p(m)$為其發生之機率，我們討論以下兩種可能狀況：

狀況一：當 $x = m < x^*$(需求量小於門檻值)：

在完全資訊下，系統將選擇不生產，由(5)式故其總利潤為：

$$TP_{wt} = -c_l\, m\, p(m) \quad 且 \quad -c_l\, m\, p(m) \geq \{(p - c_u)\, m - c_s\}\, p(m) \tag{9}$$

而在無需求預測下，系統有兩種選擇：

(i).不生產($Y = 0$)：系統選擇不生產，由(6)式故其總利潤爲：

$TP_{w/o} = -c_l\, m\, p(m)$

由(9)式所以 $TP_{wt} \geq TP_{w/o}$

(ii).生產 Y_1：由(6)式故其總利潤爲：

$$TP_{w/o} = \{p\, Y_1 - c_s - c_u Y_1 - c_l(m - Y_1)\}\, p(m) \quad \text{if } m \geq Y_1 \tag{10}$$

$$TP_{w/o} = \{p\, m - c_s - c_u Y_1 - c_d(Y_1 - m)\}\, p(m) \quad \text{if } m < Y_1 \tag{11}$$

由(9)式，$TP_{wt} \geq TP_{w/o}$

狀況二：當 $x = m \geq x^*$(需求量大於門檻值)：

在完全資訊下，系統將選擇生產，由(5)式故其總利潤爲：

$$TP_{wt} = \{(p - c_u)\, m - c_s\}\, p(m) \;\text{ 且 }\; -c_l\, m\, p(m) \leq \{(p - c_u)\, m - c_s\}\, p(m) \tag{12}$$

而在無需求預測下，系統有兩種選擇：

(i).不生產($Y = 0$)：系統選擇不生產，由(6)式故其總利潤爲：

$TP_{w/o} = -c_l\, m\, p(m)$

由(12)式所以 $TP_{wt} \geq TP_{w/o}$

(ii).生產 Y_1：由(6)式故其總利潤爲：

$$TP_{w/o} = \{p\, Y_1 p(m) - c_s - c_u Y_1 - c_l(m - Y_1)\}\, p(m) \quad \text{if } m \geq Y_1 \tag{13}$$

$$TP_{w/o} = \{p\, m\, p(m) - c_s - c_u Y_1 - c_d(Y_1 - m)\}\, p(m) \quad \text{if } m < Y_1 \tag{14}$$

由(12)式，$TP_{wt} \geq TP_{w/o}$

因 m 可爲任何大於 0 之數，所以推論四成立。注意，當以連續型分配來逼近間斷型需求分配時，須以 $p(m\text{-}0.5 \leq x \leq m+0.5)$取代 $p(m)$。

實際上，$E(TP_{wt}(Y^*_{wt})) - E(TP_{w/o}(Y^*_{w/o}))$爲具完全資訊廠商和無需求預測廠商兩者利潤之差異，代表需求預測所能得到之最大可能效益，又稱爲完全資訊期望價值(expected value of perfect information; *EVPI*)。*EVPI* 可被視成投資在需求預測的上限(the upper bound of the investment in forecasting)。

三、模式求解

我們可將(5)式化簡成：

$$E(TP_{wt}(Y_{wt}^*)) = -c_l\theta + (p + c_l - c_u)\int_{x^*}^{\infty} xh(x)dx - c_s + c_s\int_0^{x^*} h(x)dx \qquad (15)$$

而(6)式可進一步地化簡成：

$$\max_{Y\geq 0} E(TP_{w/o}) = (p + c_d)\theta + (p + c_l - c_u)Y - c_s H(Y)$$

$$-(p + c_d + c_l)Y\int_0^Y h(x)dx - (p + c_d + c_l)\int_Y^{\infty} xh(x)dx \qquad (16)$$

(15)及(16)兩式並可利用下列公式化簡。

$$\int_W^{\infty} xh(x)dx = \tau G(k) + W(1 - \Phi(k)) \qquad (17)$$

$$G(k) = \int_k^{\infty}(z - k)\phi(z)dz = \phi(k) - k(1 - \Phi(k)) \geq 0 \qquad (18)$$

$$k = \frac{W - \theta}{\tau} \qquad (19)$$

注意，上式中 X 之機率分配爲一般常態分配 $N(\theta, \tau^2)$，其機率密度函數爲 $h(x)$；Z 之機率分配爲標準常態分配 $N(0，1)$，其機率密度函數爲 $\phi(z)$。有關於(17)、(18)及(19)公式之證明，詳查 Silver and Peterson(1985)。再將(17)、(18)及(19)帶入(15)及(16)，於是本模型可在個人電腦上進行求解。

接著，針對前期需求量平均數 θ(可視成市場規模)及標準差 τ(可視成需求不確定性)對 $E(TP_{w/o})$、$E(TP_{w/o})$和 $EVPI$ 之影響討論如下：

推論五：

(i). $E(TP_{wt})$是前期需求量平均數 θ 之凹面向上曲線性函數，且當 $\theta_{wt}^* = \dfrac{c_s}{p + c_l + c_s} - \tau\Phi^{-1}(\dfrac{p - c_u}{p + c_l - c_u})$ 時，$E(TP_{wt})$有極小値。

(ii). $E(TP_{wt})$是前期需求量標準差 τ 之凹面向上曲線性遞增函數。

(iii). 當 $Y^*_{w/o} = 0$ 時，$E(TP_{w/o})$是前期需求量平均數 θ 之線性遞減函數；當 $Y^*_{w/o} >$ 0 時，$E(TP_{w/o})$是前期需求量平均數 θ 之線性遞增函數，且 $E(TP_{w/o})$有極小

值，當$\theta^*_{w/o} = \dfrac{1}{p+c_l-c_u}(c_s + (p+c_l+c_d)\tau\phi(\Phi^{-1}(\dfrac{p+c_l-c_u}{p+c_l+c_d})))$。

(iv). 當 $Y^*_{w/o}=0$ 時，前期需求量標準差 τ 不影響 $E(TP_{w/o})$；當 $Y^*_{w/o}>0$ 時，$E(TP_{w/o})$ 是前期需求量標準差 τ 之線性遞減函數。

證明：將(17)(18)(19)式代入(15)式，並求其對θ之一階及二階導數，化簡如下：

$$\frac{dE(TP_{wt})}{d\theta} = -c_l + (p+c_l-c_u)\int_{k_1}^{\infty}\phi(z)dz \text{ ,} \qquad k_1 = \frac{x^*-\theta}{\tau} \tag{20}$$

$$\frac{d^2E(TP_{wt})}{d\theta^2} = (1/\tau)(p+c_l-c_u)\phi(k_1) > 0$$

接著令(20)式為 0 並化簡，得證(i)。

同上，對(15)式求對τ之一階及二階導數，化簡結果如下：

$$\frac{dE(TP_{wt})}{d\tau} = (p+c_l-c_u)\int_{k_1}^{\infty} z\phi(z)dz > 0$$

$$\frac{d^2E(TP_{wt})}{d\tau^2} = (p+c_l-c_u)k_1^2\phi(k_1)/\tau > 0$$

得證(ii)。

再將(17)(18)(19)式代入(16)式，並求其對θ之一階及二階導數，化簡如下：

$$\frac{dE(TP_{w/o})}{d\theta} = \begin{cases} -c_l < 0, & Y^*_{w/o} = 0 \; or \theta \le \theta^*_{w/o} \\ p-c_u > 0, & Y^*_{w/o} > 0 \; or \; \theta > \theta^*_{w/o} \end{cases} \tag{21}$$

$$\frac{d^2E(TP_{w/o})}{d\theta^2} = 0$$

由以上知，當 $E(TP_{w/o}(Y\neq 0)) = E(TP_{w/o}(0))$時，$E(TP_{w/o})$有極小值。故令 $E(TP_{w/o}(Y\neq 0)) = E(TP_{w/o}(0))$並加以化簡得

$$\theta^*_{w/o} = \frac{1}{p+c_l-c_u}(c_s + (p+c_l+c_d)\tau\phi(\Phi^{-1}(\frac{p+c_l-c_u}{p+c_l+c_d}))) \tag{22}$$

得證(iii)。

同上，將(17)(18)(19)式代入(16)式，並求其對τ之一階及二階導數，化簡結果如下：

$$\frac{dE(TP_{w/o})}{d\tau}=\begin{cases}-(p+c_l+c_d)\int_{k_2}^{\infty}z\phi(z)dz<0, & Y^*_{w/o}>0 \; or \tau\le\tau^* \\ 0, & Y^*_{w/o}=0 \;\; or \tau>\tau^*\end{cases}$$

$$\frac{d^2E(TP_{w/o})}{d\tau^2}=0\text{ ，}\qquad k_2=\frac{Y-\theta}{\tau}$$

得證(iv)。

推論六：

(i). 當 $Y^*_{w/o}=0$ 時，*EVPI* 是前期需求量平均數 θ 之凹面向上曲線性遞增函數；當 $Y^*_{w/o}>0$ 時，*EVPI* 是前期需求量平均數 θ 之凹面向上曲線性遞減函數，且 *EVPI* 有極大值，當

$$\theta^*_{w/o}=\frac{1}{p+c_l-c_u}(c_s+(p+c_l+c_d)\tau\phi(\Phi^{-1}(\frac{p+c_l-c_u}{p+c_l+c_d})))\text{時。}$$

(ii). *EVPI* 是前期需求量標準差 τ 之凹面向上曲線性遞增函數。

證明：將(15)(16)相減後得 *EVPI*，再求其對θ及τ之一階及二階導數，化簡如下：

$$\frac{dEVPI}{d\theta}=\begin{cases}(p+c_l-c_u)\int_{k_1}^{\infty}\phi(z)dz>0, & Y^*_{w/o}=0 \; or \; \theta\le\theta^*_{w/o} \\ -(p+c_l-c_u)\int_{-\infty}^{k_1}\phi(z)dz<0, & Y^*_{w/o}>0 \; or \; \theta>\theta^*_{w/o}\end{cases}$$

$$\frac{d^2EVPI}{d\theta^2}=(p+c_l-c_u)\phi(k_1)/\tau>0$$

由(22)，同理得證(i)。

同上，將(15)(16)相減後得 *EVPI*，求其對τ之一階及二階導數，化簡如下：

$$\frac{dEVPI}{d\tau}=\begin{cases}(p+c_l-c_u)\int_{k_1}^{\infty}z\phi(z)dz+(p+c_l+c_d)\int_{k_2}^{\infty}z\phi(z)dz>0, & Y^*_{w/o}>0 \; or \tau\le\tau^* \\ (p+c_l-c_u)\int_{k_1}^{\infty}z\phi(z)dz>0, & Y^*_{w/o}=0 \;\; or \tau>\tau^*\end{cases}$$

$$\frac{d^2EVPI}{d\tau^2}=(p+c_l-c_u)k_1^2\phi(k_1)/\tau>0$$

得證(ii)。

肆、個案及敏感度分析

一、基本個案參數之設定

假設某專業特殊消費性 IC 晶片製造商，每年皆須進行以下作業。在每年之初，公司之決策者必須根據需求量之資訊狀況來決定當年 IC 晶片製造數量。一旦晶片製妥，必須在當年度販售。至每年期末時，尚未售出的晶片，因爲過時，都將被丟棄或以其他方式處理。但是，如果下游需求者買不到當年晶片，下游需求者將轉向其他公司購買，甚至可能下期不再續購，將造成公司商譽損失。此外公司行銷部門依據過去銷售記錄，假設每年晶片之需求量爲常態分配，其平均數爲 500,000 個，標準差爲 60,000 個。該晶片之單位售價爲$US1.6 元/個，單位商譽損失成本估計爲$US0.05 元/個。製造部門估算生產前置成本爲$US340,000 元/次，單位生產成本爲$US0.8 元/個，期末單位晶片處理成本爲$US0.1 元/個。

二、基本個案結果及敏感度分析

電腦結果顯示，在基本個案中，完全訊息下廠商期望總利潤 $E(TP_{wt}(Y^*_{wt}))$爲$61,011，而無需求預測廠商期望總利潤 $E(TP_{w/o}(Y^*_{w/o}))$爲$18,138，故投資在需求預測的上限 $EVPI$ 爲$42,873，且 $EVPI$ 約爲 $E(TP_{w/o}(Y^*_{w/o}))$之 236.37%。此百分比暗示一個無需求預測的企業，若實施需求預測，則所帶來最大潛在利益爲目前總利潤之 236.37%，顯示需求預測十分重要。接著進行敏感度分析。

(一)模型對前期需求量平均數θ之敏感度分析

由於前期需求量來自於過去記錄，故其平均數θ可視爲需求市場之規模。本研究將前期需求量平均數的範圍設爲 180,000 個至 650,000 個，在此情形下前期需求量平均數和標準差之比約爲 3 至 10.83，應能反應真實現象(注意當 3 $\tau << \theta$時，需求量爲負的機率極小，常態分配逼近才有意義)。

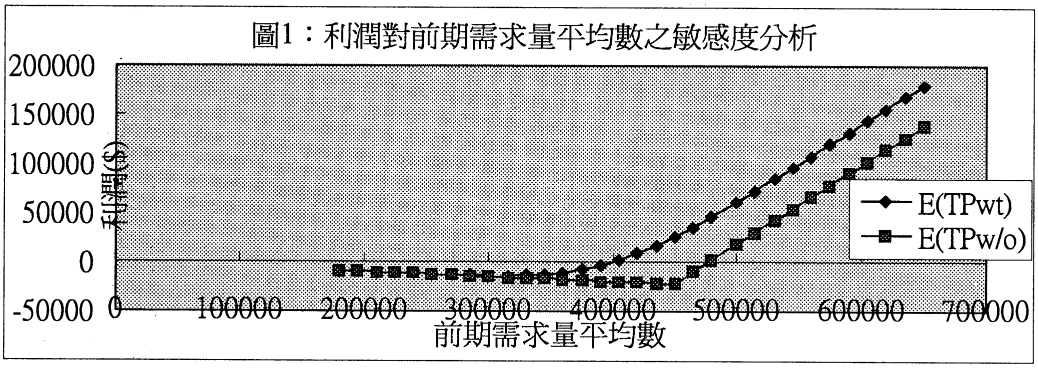

圖1：利潤對前期需求量平均數之敏感度分析

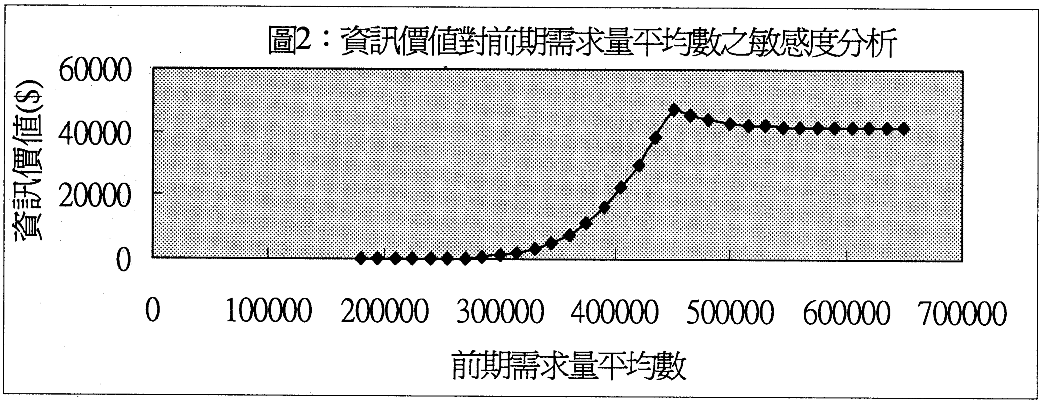

圖2：資訊價值對前期需求量平均數之敏感度分析

圖 1 及圖 2 顯示，當前期需求量平均數較小時(θ < 450,000)，具完全訊息企業之利潤隨著前期需求量平均數增加，先成凹面向上曲線性減少，再成凹面向上曲線性增加，當θ 約爲 300,000 時，其利潤有極小值(由推論五(i)得θ^*_{wt} = 306,116)。而無需求預測企業質疑市場規模不夠大，選擇不生產，其利潤隨著前期需求量平均數增加而成線性減少。綜合以上，故 *EVPI* 隨著前期需求量平均數增加而成凹面向上曲線性增加。當前期需求量平均數較大時(450,000 < θ < 600,000)，具完全訊息企業之利潤仍隨著前期需求量平均數增加而成凹面向上曲線性增加。而無需求預測企業，開始選擇生產，其利潤也隨著前期需求量平均數增加而成線性增加。但前者利潤增加速度小於後者，故 *EVPI* 隨著前期需求量平均數增加而成凹面向上曲線性減少，當θ 約爲 450,000 時，*EVPI* 有極大值(由推論六(iii)得$\theta^*_{w/o}$ = 449,250)。當前期需求量平均數很大時(600,000 < θ)，兩者利潤增加速度趨向一致，故 *EVPI* 保持固定且爲正數。

綜合以上分析，當前期需求量平均數在某範圍內時，需求預測十分重要(本例中，當θ和τ之比約爲 7.5 時，*EVPI* 有極大值)。此現象是合理的，因當市場規模過大或過小時(前期需求量平均數不在適當範圍內)，決策者不太借助需求預測，即可知生產或不生產，故需求預測不十分重要；反之，當市場規模適中時，決策者不易作決策，故需求預測幫助作決策之功能愈加重要。

(二)模型對前期需求量標準差τ之敏感度分析

前期需求量標準差τ可視爲需求市場之變動。標準差愈大代表需求市場愈不穩定。本研究將前期需求量標準差的範圍設爲 26,000 至 150,000，在此情形下前期需求量平均數和標準差之比約爲 3.33 至 19.23。

圖3：利潤對前期需求量標準差之敏感度分析

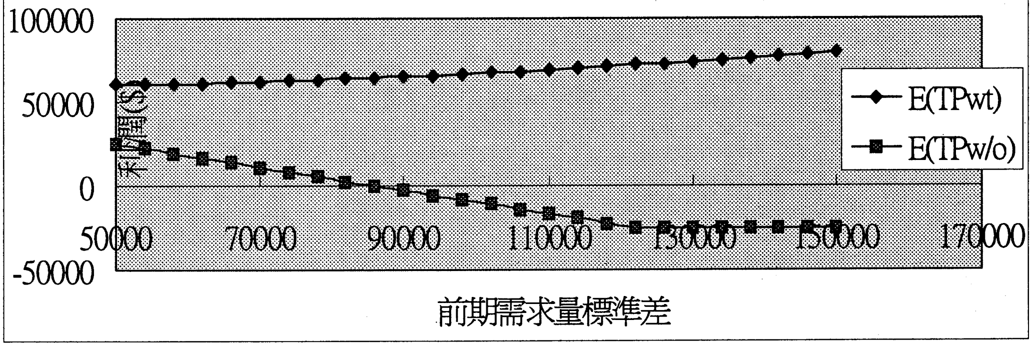

圖4：資訊價值對前期需求量標準差之敏感度分析

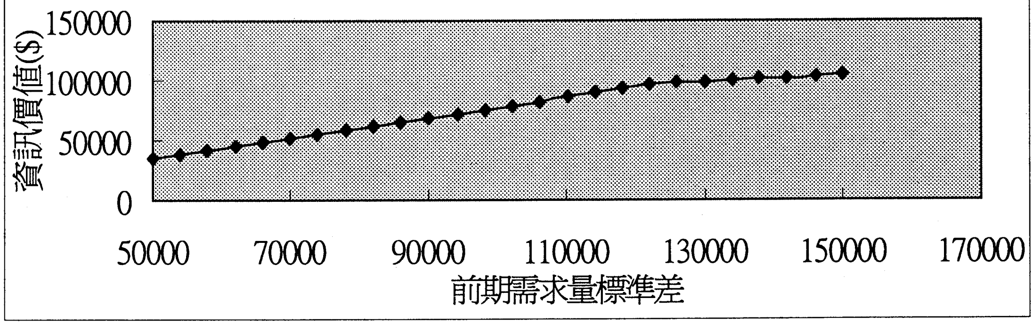

圖 3 及圖 4 顯示當前期需求量標準差較小時(τ< 118,000)，具完全訊息企業利潤隨前期需求量標準差增加，而成凹面向上曲線性增加。而無需求預測企業利潤隨著前期需求量標準差增加而成線性減少。故 *EVPI* 隨著前期需求量標準差增加而成凹面向上曲線性增加。當前期需求量標準差很大時(118,000 < τ)，具完全訊息企業利潤隨前期需求量標準差增加，仍成凹面向上曲線性增加。而無需求預測企業因市場不確定性過高，選擇不生產，其利潤保持一固定負數。故 *EVPI* 隨著前期需求量標準差增加而成凹面向上曲線性增加。以上現象說明在需求愈不穩定情況之下，具完全訊息企業利潤不減反增，這正彰顯需求預測輔助決策之功能。

綜合以上分析，當前期需求量標準差增加時，需求預測重要性也隨之增加。即當市場環境變動愈劇烈，需求愈不穩定情況之下，愈須作需求預測。

伍、結論與建議

本文針對單期季節性商品發展出一個簡易單期模型，藉由此模型之推導及分析，我們得到以下結論：

(一)、具完全訊息企業之生產策略爲：在考慮回收生產前置成本下，決策者設置一門檻值，當真正需求量大於門檻值時，決策者會將生產量定爲真正需求量；若真正需求量小於此門檻值，決策者會選擇不生產。

(二)、無需求預測的企業之生產策略爲：設置一最佳生產量，而此生產量可能爲 0，由模型中參數決定。

(三)、具完全訊息企業和無需求預測企業之利潤差異，可視成因作需求預測所得到之最大可能利益。故投資在需求預測上費用必須不大於此利潤差異。此上限又稱爲完全資訊期望價值 *EVPI*。

(四)、具完全訊息企業之利潤是市場規模(前期需求量平均數)之凹面向上函數，有極小值。且是需求不確定性(前期需求量標準差)之凹面向上遞增函數。

(五)、無需求預測企業其利潤，是市場規模(前期需求量平均數)之線性函數，先遞減再遞增，其利潤有極小值。且其利潤是需求不確定性(前期需求量標準差)之線性函數，先遞減再固定。

(六)、當市場規模適中(前期需求量平均數在適當範圍內)，需求預測十分重要。

(七)、當市場環境變動愈劇烈，需求愈不穩定情況之下(即當前期需求量標準差增加時)，愈須作需求預測。

(八)、相較於無需求預測企業，具完全訊息企業對市場規模之變化及需求不確定性，其決策較有效。

注意，若要將以上結果應用於實務，使用者須了解本身期望利潤在圖形上位置(那一階段)，才能訂定出合理需求預測預算。

最後，本文未來研究方向可朝實證方面進行，探討以上結論是否存於實務界。或者發展多種或多期季節性商品模型，以期有更多發現。

陸、參考文獻

Bowerman, B.L. and R.T. O'Connell. Forecasting and Time Series: An Applied Approach. Duxbury Press. 1993.

Chan, C.C., Kingsman, B.G. and H. Wong. The Value of Combining Forecasts in Inventory Management-A Case Study in Banking. European Journal of Operational Research. 117, 1999: 199-210.

Chen F., Drezner, Z., Ryan, J.K. and D. Simchi-Levi. Quantifying the Bullwhip Effect in a Simple Supply Chain: The Impact of Forecasting, Lead Times, and Information. Management Science. 46, 2000: 436-443.

Feng, Y. and G. Gallego. Optimal Starting Times for End-of-Season Sales and Optimal Stopping Times for Promotion Fares. Management Science. 41, 1995: 1371-1391.

Georgoff, D. M. and R.G. Murdick. Manager's Guide to Forecasting. Harvard Business Review. 64(1), 1986: 110-120.

Gerchak, Y. and M. Parlar. A Single Period Inventory Problem with Partially Controllable Demand. Computers and Operations Research. 14, 1987: 1-9.

Johansen, S.G. Lot Sizing for Varying Degrees of Demand Uncertainty. International Journal of Production Economics. 59, 1999: 405-414.

Khouja, M. The Newsboy Problem Under Progressive Multiple Discount. European Journal of Operational Research. 84, 1995: 458-466.

Lau, H. and A.H. Lau. The Newsstand Problem: A Capacitated Multiple-Product Single-Period Inventory Problem. European Journal of Operational Research. 94, 1996: 29-42.

____________. Reordering Strategies for a Newsboy-Type Product. European Journal of Operational Research. 133, 1997: 557-572.

Lo, T. An Expert System for Choosing Demand Forecasting Techniques. International Journal of Production Economics. 33, 1994: 5-16.

Mantrala, M.K. and K. Raman. Demand Uncertainty and Supplier's Returns Policies for a Multi-Store Style-Good Retailer. European Journal of Operational Research. 115, 1999: 270-284.

Petrovic, D., Petrovic R., and M. Vujosevic. Fuzzy Model for the Newsboy Problem. International Journal of Production Economics. 45, 1996: 435-441.

Pfeifer, P. E. The Airline Discount Fare Allocation Problem. Decision Sciences. 20, 1989: 149-157.

Silver, E. A. and R. Peterson. Decision Systems for Inventory Management and Production Planning. John Wiley & Sons, Inc. 1985.

Wemmerlov, U. The Behavior of Lot-Sizing Procedures in the Presence of Forecast Errors. Journal of Operations Management, 8, 1989: 37-48.

Weng, Z.K. Risk-Pooling over Demand Uncertainty in the Presence of Product Modularity. International Journal of Production Economics. 62, 1999: 75-85.

The Effect of Demand Uncertainty on the EVPI of One-Period Seasonal Goods Production Systems

Chih-Ming Lee *

Abstract

How to satisfy and predict customer's needs is one of the most important jobs for a business. In general, the precision of demand forecasting is closely related to the effort or money invested in forecasting and the nature of demand. In this paper, we develop a simple one-period model to study how the decision-maker of a seasonal good production system to determine the appropriate amount of budget spent in forecasting. We find there is an upper bound of the budget invested in forecasting. This upper bound represents the optimal potential benefits brought by forecasting and is denoted as expected value of perfect information (EVPI). We also find that when market size is appropriate, the EVPI has a maximal value. However, when demand becomes more uncertain, the EVPI increases.

Keywords： demand forecasting, seasonal goods, EVPI, demand uncertainty

---

* Associate Professor, Department of Business Administration, Soochow University